

平成 25 年度研究実施

(一財)港湾空港総合技術センター研究開発助成

助成番号 : 平成 25 年 1 月 22 日付 第 12-7 号

研究開発項目 : (指定) ①港湾、海岸及び空港の施設の健全度評価に関する研究

空間的進展過程を考慮した剥離・剥落 発生モデルの構築

平成 26 年 4 月 30 日

大阪大学大学院 工学研究科
地球総合工学専攻

貝戸 清之

目次

第1章	はじめに	1
第2章	本研究の基本的考え方	2
2.1	従来の研究概要	2
2.2	剥離・剥落の空間的連鎖性	3
第3章	空間的ワイブル劣化ハザードモデル	5
3.1	モデル化の前提条件	5
3.2	ワイブル劣化ハザードモデル	5
3.3	空間的ワイブル劣化ハザードモデル	7
第4章	モデルの推計法	10
4.1	ベイズ推計の概要	10
4.2	事後分布の定式化	10
4.3	同時事後確率密度関数の推計	11
4.4	事後分布に関する統計量	13
第5章	適用事例	15
5.1	データ概要	15
5.2	ワイブル劣化ハザードモデルの推計結果	15
5.3	空間的ワイブル劣化ハザードモデルの推計結果	17
5.4	分析結果	18
第6章	おわりに	22
	参考文献	23

第1章 はじめに

近年、老朽化に伴い補修・補強等の対策を要する社会基盤施設が急増している。特に、施設の構造安全性への影響は小さくとも、第三者被害の可能性を有するような損傷に対しては、早急な対策を講じる必要がある。構造物管理者は、第三者被害を未然に防ぐために定期的に目視点検を行い、社会基盤施設の安全確保に努めている。定期点検の頻度を増やし、構造物の損傷を早期発見することで、損傷を長時間放置するリスクが小さくなる。しかし、高頻度の点検は点検費用の増加を招き、結果的に維持管理費用を増加させる。また、施設が老朽化するにつれて、損傷の発生頻度が増加する可能性がある。そのため、同一の点検間隔を設定しても、構造物の供用年数とともに損傷発生数が多くなる場合も考えられる。構造物管理者が第三者被害リスクに合理的に対応するためには、維持管理業務の効率化に配慮した点検・補修のあり方を検討する必要がある。また、そのために、実現象に応じた損傷発生リスクの評価が必要となる。

本研究では、鉄道高架橋の高欄のかぶりコンクリートの剥離・剥落発生過程に着目する。かぶりコンクリートの剥離・剥落発生はコンクリート構造物における代表的な劣化事象であり、剥離・剥落の発生過程は構造物の構造条件や環境条件だけではなく、中性化や内的塩害などによる鉄筋の腐食深さに大きく依存する。過去の研究の理論、知見に基づいて鉄筋の腐食過程を表現し、剥離・剥落発生過程を分析することも可能ではあるが、確定的手法であるために剥離・剥落発生過程の不確実性を表現することが困難となる。実際の管理においては、不確実性を考慮した剥離・剥落発生過程のモデル化が必要とされている。

以上の問題意識のもと、本研究では、不確実性を考慮したコンクリートの剥離・剥落発生過程モデルを提案する。具体的には、時間の経過とともに鉄筋が腐食し、剥離・剥落発生数が増大する現象をワイブル劣化ハザードモデルを用いて表現し、その後、鉄筋腐食により部分的に剥離・剥落発生数が増大する現象を、空間的な連鎖性としてワイブル劣化ハザードモデルに組み込んだ、空間的ワイブル劣化ハザードモデルを提案する。以下、**2.**で本研究の基本的な考え方を説明する。**3.**では空間的ワイブル劣化ハザードモデルを定式化する。さらに、**4.**で推計手法について述べる。最後に**5.**で実際のデータを用いた適用事例を示す。

第2章 本研究の基本的考え方

2.1 従来の研究概要

コンクリート構造物の変状過程は鉄筋の腐食深さやかぶり厚に大きく依存する。そのため、鉄道構造物に関する統計的な分析^{1)~3)}が実施され、2006年制定の鉄道構造物等維持管理標準・同解説⁴⁾（以下、維持管理標準と呼ぶ）において既往の研究のとりまとめがなされている。維持管理標準では、コンクリート構造物の変状過程を、潜伏期、進展期、加速期、劣化期の4期間に区分し、ひび割れや剥離・剥落が発生する加速期、劣化期の期間長を、鉄筋腐食深さ、および鉄筋腐食速度を用いて推測することにより、ひび割れや剥離・剥落が生じる時期を把握する手法が提案されている。その際、鉄筋腐食深さや鉄筋腐食速度を、かぶりコンクリート厚や鉄筋径、初期塩化物イオン濃度といった影響因子を支配方程式に代入することで算出している。さらに、同手法を基礎としたかぶりコンクリートの剥離・剥落予測モデルがいくつか提案されている⁵⁾⁶⁾。いずれの予測モデルにおいても、鉄筋腐食深さや鉄筋腐食速度の算出が確定的であるために、不確実性を考慮することが困難であり、管理者は現象のばらつきを自らの知識や経験をもとにして、目視点検の結果を用いて適宜修正していく必要があった。

一方、構造物の劣化過程に介在する不確実性を考慮した予測手法として、目視点検情報を利用した統計的予測モデルが急速に発展してきている⁷⁾⁸⁾。本研究で対象とするかぶりコンクリートの剥離・剥落発生予測モデルに関しても、いくつかの研究事例がある。貝戸等⁹⁾は、剥離・剥落発生過程を斉次ポアソン過程により表現している。しかし、前述したように、剥離・剥落を含むコンクリート構造物の変状過程は鉄筋の腐食深さに大きく依存し、さらに、鉄筋の腐食速度は時間の経過とともに増大していくと考えられるため、剥離・剥落発生過程をより正確に表現しようとする、到着率が時間の経過にかかわらず一定である斉次ポアソン過程では表現しきれないという問題点が存在する。松岡等¹⁰⁾は上述の問題点を克服するために、剥離・剥落発生過程を非斉次ポアソン過程によって表現することで、到着率の時間依存性を考慮した剥離・剥落の発生予測モデルを提案している。

鉄筋腐食は、かぶりコンクリート厚や鉄筋径、初期塩化物イオン濃度といった影響因子によって進展度合いが変化するため、対象とする高欄内においても、部分的に鉄筋の腐食深さが異なると考えられる。そのため、剥離・剥落が発生した箇所では鉄筋の腐食が進展しており、当該箇所の付近では剥離・剥落発生確率が增大すると考えられるが、既往の研究においては、上述の現象を考慮した事例はない。本研究では、このような鉄筋腐食による剥離・剥落発生確率の増大を空間的連鎖性として考慮する。空間的連鎖性を実測データ

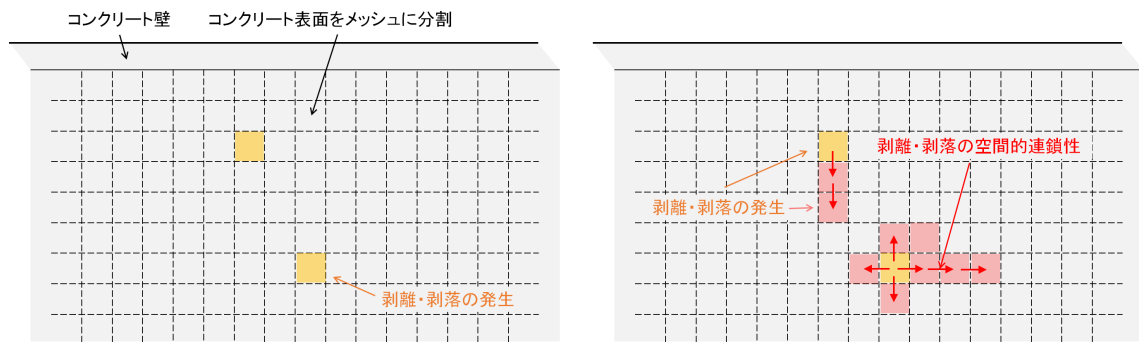


図-2.1 メッシュ分割と剥離・剥落評価

から推計する方法論は地球統計学分野において発展してきた空間統計学，および地域科学分野において発展してきた空間計量経済学の，2つの潮流が存在する¹¹⁾．特に，空間計量経済学では現象の空間的な相関性の取り扱いについて，システム自体の空間的相関を表す空間ラグモデルと外力などのシステムへの入力空間的相関を表す空間誤差モデルに分けて考えることが可能である．それらのモデルは空間自己回帰型モデルとして整理されている¹²⁾．一方で，剥離・剥落をはじめとした構造物の劣化事象に対してこれらの方法論を応用した事例はほとんど存在しない．本研究では，到着率の時間依存性を考慮したようなワイブルハザードモデルを採用した上で，上述の空間自己回帰が鉛直方向と水平方向により異なるような異方性空間自己回帰を考え，鉄筋腐食による剥離・剥落発生数の空間的連鎖性を表現した，空間依存型のハザードモデルを構築する．

2.2 剥離・剥落の空間的連鎖性

本研究では過去に剥離・剥落の評価法として提案されたメッシュ分割法を前提とする¹⁰⁾¹³⁾．メッシュ分割法は図-2.1に示すようにコンクリート表面を任意メッシュに分割し，メッシュごとに劣化事象を評価する方法である．過去に提案されたメッシュ分割法に基づく剥離・剥落発生予測モデルは，各メッシュの剥離・剥落発生は互いに独立で相関性はないものと仮定していた．一方で，剥離・剥落の発生はその物理的・化学的特性から空間的に独立とはいえず，剥離・剥落発生メッシュに隣接するメッシュでは剥離・剥落が通常よりも発生しやすくなる空間的連鎖性が存在すると考えられる．本研究はそのような空間的連鎖性による剥離・剥落発生確率の増幅効果を，実構造物の実態調査から評価可能な空間依存型のハザードモデルを構築する．

図-2.1 左には，ある時点でのコンクリート表面の剥離・剥落状況を示している．さらに時間経過によって，コンクリート表面の状況が図-2.1 右のように変化した場合を考える．このとき，図中に黄色で示すメッシュは空間的に独立に発生した剥離・剥落であり，過去の

研究でその影響因子と統計的ハザードモデルによる発生予測法が検討されてきた¹⁰⁾。一方で図中に赤色で示すメッシュは、近傍で以前に剥離・剥落しているメッシュの影響を受けてその後発生した剥離・剥落である。本研究では図-2.1 右に赤矢印で示す近接メッシュへの剥離・剥落の発生の空間的連鎖の影響を、空間的確率伝播として空間統計モデルにより表現する。このような空間的確率伝播を組み込んだハザードモデルを構築することで、剥離・剥落の発生規模や進展方向予測が可能となる。また、このような空間連鎖性の定量的評価は大規模な剥離・剥落を抑制するためのかぶり厚の（厚さのみならず、そのばらつきを制御するような）設定法に関する定量的な議論を可能にする。空間的確率伝播を組み込んだハザードモデルとして、本研究では空間自己回帰ハザードモデルを開発する。本モデルは時間的な劣化の進展を表すワイブルハザードモデルと、空間的な劣化進展を表す空間自己回帰モデルを融合させた時空間モデルである。

第3章 空間的ワイブル劣化ハザードモデル

3.1 モデル化の前提条件

かぶりコンクリートの剥離・剥落過程をモデル化するために、図-3.1 に示すような時刻 $t=0$ から無限遠に続く連続時間軸を導入する。時刻 $t=0$ に対象とする鉄道高架橋の高欄の供用が開始され、それ以降の任意の時刻にわたって実態調査が実施される。現時刻までに時刻 $\tau = (\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_U)$ において、合計 U 回の実態調査が実施されている。ただし、0 回目の実態調査は供用開始時刻を表し、 $\tau_0=0$ である。また、鉄道高架橋の高欄を図-3.2 に示すように、鉛直方向に P 個、水平方向に Q 個、合計 $P \times Q$ 個のメッシュへと分割し、これらメッシュ単位で剥離・剥落事象が発生する。時刻 τ に実施される実態調査により、各メッシュにおける剥離・剥落発生の有無が判定される。

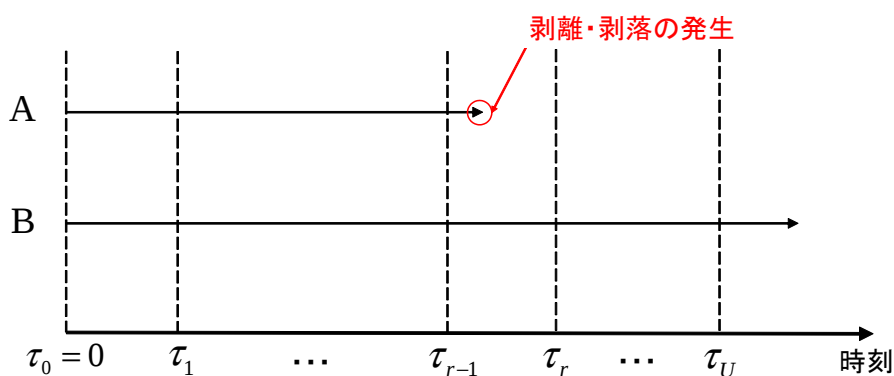


図-3.1 剥離・剥落の発生過程

3.2 ワイブル劣化ハザードモデル

空間的ワイブル劣化ハザードモデルは、各メッシュの空間的連鎖性を考慮したワイブル劣化ハザードモデルである。ハザードモデルに関する詳細は、参考文献¹⁴⁾¹⁵⁾に譲る。ここでは、空間的ワイブル劣化ハザードモデルを定式化するに先立って、読者の便宜を図るために、ワイブル劣化ハザードモデル⁷⁾について簡単に説明しておく。

いま、各メッシュの剥離・剥落発生事象が、互いに独立であり、剥離・剥落発生確率が時間とともに増大すると仮定する。対象とする鉄道高架橋の高欄の供用が開始されたとし、高欄のあるメッシュにおけるかぶりコンクリートの剥離・剥落が発生するまでの期間（以

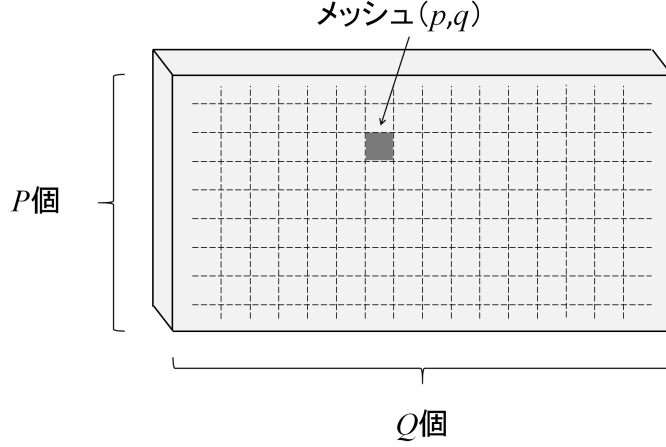


図-3.2 剥離・剥落モデル

下，寿命と呼ぶ）に着目する．メッシュの寿命を確率変数 ζ で表し，確率密度関数 $f(\zeta)$ ，分布関数 $F(\zeta)$ に従って分布すると仮定する．ただし，寿命 ζ の定義域は $[0, \infty)$ である．供用開始から任意の時刻 $t \in [0, \infty)$ まで，剥離・剥落が発生しないで生存する確率（以下，生存確率と呼ぶ） $\tilde{F}(t)$ は，全事象確率1から時刻 t までに剥離・剥落が発生する累積発生確率 $F(t)$ を差し引いた値

$$\tilde{F}(t) = 1 - F(t) \quad (3.1)$$

により定義できる．ここで，あるメッシュにおいて剥離・剥落が時刻 t まで発生せず，かつ，期間 $[t, t + \delta t]$ 中にはじめて発生する確率は

$$\lambda(t)\delta t = \frac{f(t)\delta t}{\tilde{F}(t)} \quad (3.2)$$

と表せる．剥離・剥落が時刻 t まで発生せず，かつ当該時刻で発生する確率密度関数 λ を「ハザード関数」と呼ぶ．式(3.1)の両辺を t に関して微分することにより，

$$\frac{d\tilde{F}(t)}{dt} = -f(t) \quad (3.3)$$

を得る．この時，式(3.2)は

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{\tilde{F}(t)} = \frac{d}{dt} \left(-\log \tilde{F}(t) \right) \quad (3.4)$$

と変形できる．ここで， $\tilde{F}(0) = 1 - F(0) = 1$ を考慮し，式(3.4)を積分すれば

$$\int_0^t \lambda(u) du = -\log \tilde{F}(t) \quad (3.5)$$

を得る．したがって，劣化ハザード関数 $\lambda(u)$ を用いれば，時刻 t まで剥離・剥落が発生しない確率 $\tilde{F}(t)$ は

$$\tilde{F}(t) = \exp \left[- \int_0^t \lambda(u) du \right] \quad (3.6)$$

と表される．このように，劣化ハザード関数 $\lambda(u)$ の形式を決定すれば，メッシュの生存確率 $\tilde{F}(t)$ を導出することができる．さらに， $\tilde{F}(t) = 1 - F(t)$ より，剥離・剥落の累積発生確率 $F(t)$ を求めることができる．ここで，劣化ハザード関数としてワイブル劣化ハザード関数

$$\lambda(t) = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}'\alpha t^{\alpha-1} \quad (3.7)$$

を考える．ただし，メッシュ間の剥離・剥落発生過程の違いがメッシュ特性により表現されと考え，メッシュの特性を M 個の特性変数 $\mathbf{x}^m (m = 1, \dots, M)$ を用いて表現している．また， $\boldsymbol{\beta} = (\beta^1, \dots, \beta^M)$ は未知パラメータベクトルであり， $\prime$ は転置操作を示し，特性 α は形状を表すパラメータである． $\alpha = 1$ のとき，ハザード率は時間に依存せず一定値となる．ワイブル劣化ハザード関数を用いた場合，メッシュの寿命の確率密度関数 $f(t)$ ，およびメッシュの生存確率 $\tilde{F}(t)$ はそれぞれ

$$f(t) = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}'\alpha t^{\alpha-1} \exp(-\mathbf{x}\boldsymbol{\beta}'t^\alpha) \quad (3.8)$$

$$\tilde{F}(t) = \exp(-\mathbf{x}\boldsymbol{\beta}'t^\alpha) \quad (3.9)$$

と表される．

3.3 空間的ワイブル劣化ハザードモデル

実際の高欄においては，各メッシュにおける剥離・剥落発生事象が独立とは考えがたく，剥離・剥落の発生確率が大きいメッシュの近傍では，剥離・剥落の発生確率が同様に大きくなるような空間的連鎖性が存在すると考えられる．いま，メッシュ (p, q) におけるハザード率を $\lambda_{p,q}$ とし，当該メッシュにおけるハザード率が，隣り合うメッシュのハザード率から影響を受けるとする．このとき，鉛直方向への影響を表す自己相関係数を ρ_p ，水平方向への影響を表す自己相関係数を ρ_q とすると，メッシュ (p, q) における空間的ワイブル劣化ハザード関数 $\lambda_{p,q}$ を

$$\begin{aligned} \lambda_{p,q} = & \mathbf{x}_{p,q}\boldsymbol{\beta}'\alpha t^{\alpha-1} \\ & + \rho_p(\lambda_{p-1,q} - \lambda_{p,q}) + \rho_p(\lambda_{p+1,q} - \lambda_{p,q}) \\ & + \rho_q(\lambda_{p,q-1} - \lambda_{p,q}) + \rho_q(\lambda_{p,q+1} - \lambda_{p,q}) \end{aligned} \quad (3.10)$$

と表すことができる．第2項より後ろの項は，隣り合うメッシュ間でハザード率が類似している様子を表現する，空間的自己相関項である．また， $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_{1,1}, \dots, \lambda_{1,Q}, \dots, \lambda_{R,1}, \dots, \lambda_{R,Q})'$ ， $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_{1,1}, \dots, \mathbf{x}_{1,Q}, \dots, \mathbf{x}_{R,1}, \dots, \mathbf{x}_{R,Q})'$ として，式 (3.10) を整理して行列表示すると，

$$(1 + 2\rho_p + 2\rho_q)\boldsymbol{\lambda} = \rho_p\mathbf{W}_p\boldsymbol{\lambda} + \rho_q\mathbf{W}_q\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}'\alpha t^{\alpha-1} \quad (3.11)$$

と表すことができる．ここにおいて， $\mathbf{W}_p$ は鉛直方向の空間重み付け行列， $\mathbf{W}_q$ は水平方向の空間重み付け行列であり，その要素 $w_{p,q}^p$, $w_{p,q}^q$ は，

$$w_{p,q}^p = \begin{cases} 1 & p = q \pm Q \\ 1 & p = q \\ (p \leq Q \text{ or } (P-1)Q \leq p \leq PQ) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.12-a)$$

$$w_{p,q}^q = \begin{cases} 1 & p = q \pm 1 \\ 1 & p = q = (i-1)Q + 1 \\ \text{or } p = q = iQ \\ (1 \leq i \leq P) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.12-b)$$

である．さらに， $\mathbf{I}$ を $P \times Q$ 行 $P \times Q$ 列の単位行列とし，式 (3.11) を変形すると

$$\lambda = \left\{ (1 + 2\rho_p + 2\rho_q)\mathbf{I} - \rho_p \mathbf{W}_p - \rho_q \mathbf{W}_q \right\}^{-1} \mathbf{X} \boldsymbol{\beta}' \alpha t^{\alpha-1}$$

と書き換えることができる．式 (3.13) のハザード関数を用いることで，任意の時刻におけるメッシュ (p, q) の生存確率を算出することができる．式 (3.13) における未知パラメータベクトルを $\boldsymbol{\theta} = (\rho_p, \rho_q, \alpha, \boldsymbol{\beta})$ とおくと，時刻 t までにメッシュ (p, q) で剥離・剥落が発生しない確率 $\tilde{F}(t|\lambda_{p,q}(\boldsymbol{\theta}))$ は

$$\tilde{F}(t|\lambda_{p,q}(\boldsymbol{\theta})) = \exp \left[- \int_0^t \lambda_{p,q}(\boldsymbol{\theta}) dt \right] \quad (3.13)$$

によって表される．

実態調査により，メッシュごとに，実態調査を実施した時刻 $\tau_u (u = 1, \dots, U)$ ，および剥離・剥落発生の有無に関する情報を得ることができる．実態調査を実施したある時刻 $t = \tau_{r,p,q}$ を考える．時刻 $\tau_{r,p,q}$ は， r 回目の実態調査によりメッシュ (p, q) において初めて剥離・剥落が観測された時刻を表す．以下，煩雑さを避けるため，当面の間添え字 p, q を省略し，当該時刻を τ_r と簡単に表記する．この場合，剥離・剥落が発生した正確な時刻を把握することはできないが，時刻 $t = \tau_{r-1}$ において剥離・剥落が発生しておらず，時刻 $t = \tau_r$ において剥離・剥落が発生していることから，少なくとも期間 $[\tau_{r-1}, \tau_r)$ の中のどこかで剥離・剥落が発生したということを把握できる．メッシュ (p, q) において，寿命が少なくとも $t = \tau_{r-1}$ より大きく，かつ期間 $[\tau_{r-1}, \tau_r)$ において剥離・剥落が発生する確率は

$$\begin{aligned} & \Pr(\tau_{r-1} \leq \zeta \leq \tau_r) \\ &= \int_{\tau_{r-1}}^{\tau_r} f(t|\lambda_{p,q}) dt \\ &= \tilde{F}(\tau_{r-1}|\lambda_{p,q}) - \tilde{F}(\tau_r|\lambda_{p,q}) \end{aligned} \quad (3.14)$$

と表すことができる．また，実態調査によってメッシュ (p, q) に剥離・剥落の発生が観測されない場合，当該メッシュの寿命は少なくとも τ_U より大きいことを把握できる．この時，実態調査の実施により，剥離・剥落の発生が観測されない確率は $\tilde{F}(\tau_U|\lambda_{p,q})$ となる．ここで，メッシュ (p, q) において， U 回の実態調査時に剥離・剥落が発生していたか否かを表すダミー変数 $\delta_{p,q}$ を

$$\delta_{p,q} = \begin{cases} 1 & \tau_{r-1} \leq \zeta_{p,q} \leq \tau_r \text{ のとき} \\ 0 & \zeta_{p,q} \geq \tau_U \text{ のとき} \end{cases} \quad (3.15)$$

と定義する．このとき，高欄 $k(k = 1, \dots, K)$ の実態調査によって観測値ベクトル $\bar{\xi}_{p,q}^k = (\bar{\tau}^k, \bar{\tau}_{r,p,q}^k, \bar{\delta}_{p,q}^k, \bar{x}_{p,q}^k)$ が観測される同時生起確率（尤度） $\mathcal{L}(\theta|\bar{\xi}_{p,q}^k)$ は，

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}(\theta|\bar{\xi}_{p,q}^k) \\ &= \left\{ \tilde{F}(\bar{\tau}_{r,p,q-1}^k | \lambda_{p,q}^k(\theta)) - \tilde{F}(\bar{\tau}_{r,p,q}^k | \lambda_{p,q}^k(\theta)) \right\}^{\bar{\delta}_{p,q}^k} \\ & \quad \left\{ \tilde{F}(\bar{\tau}_U^k | \lambda_{p,q}^k(\theta)) \right\}^{1-\bar{\delta}_{p,q}^k} \end{aligned} \quad (3.16)$$

と表すことができる．したがって，すべての高欄の実態調査によって獲得された全データセット $\bar{\Xi}$ が観測される尤度は，

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}(\theta|\bar{\Xi}) \\ &= \prod_{k=1}^K \prod_{p=1}^P \prod_{q=1}^Q \mathcal{L}(\theta|\bar{\xi}_{p,q}^k) \end{aligned} \quad (3.17)$$

となる．

第4章 モデルの推計法

4.1 ベイズ推計の概要

本研究では，空間的ワイブル劣化ハザードモデルに対して，マルコフ連鎖モンテカルロ法¹⁶⁾（以下，MCMC法）を利用したベイズ推計を行う．一般的なベイズ推計手法では，パラメータの事前分布と，観測情報に基づいて定義される尤度関数を用いて，パラメータの事後分布を推計する．ここで，未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ が確率変数で，事前確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta})$ に従うと仮定する．観測値データ $\bar{\mathbf{X}}$ が与件であるときに，未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ の同時事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta}|\bar{\mathbf{X}})$ はベイズの定理より，

$$\pi(\boldsymbol{\theta}|\bar{\mathbf{X}}) \propto \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\bar{\mathbf{X}})\pi(\boldsymbol{\theta}) \quad (4.1)$$

と近似でき，事前確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta})$ と尤度関数 $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\bar{\mathbf{X}})$ により，表すことができる．

4.2 事後分布の定式化

事前確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta})$ は，

$$\pi(\boldsymbol{\theta}) = \pi(\rho_p, \rho_q, \alpha, \boldsymbol{\beta},) = \pi(\rho_p)\pi(\rho_q)\pi(\alpha)\pi(\boldsymbol{\beta}) \quad (4.2)$$

と展開できる．式 (4.2) の未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ の事前確率密度関数をそれぞれ以下のように設定する．まず，空間的自己相関パラメータ ρ_p, ρ_q の事前確率密度関数 $\pi(\rho_p)$, $\pi(\rho_q)$ をそれぞれ正規分布 $\mathcal{N}(\rho_p^0, P_p^0)$, $\mathcal{N}(\rho_q^0, P_q^0)$ ，加速度パラメータ α の事前確率密度関数 $\pi(\alpha)$ を正規分布 $\mathcal{N}(\alpha_0, A_0)$ にしたがう確率変数とする． $\boldsymbol{\beta}$ の事前確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\beta})$ としては多次元正規分布を用いる．すなわち， $\boldsymbol{\beta} \sim \mathcal{N}(\mathbf{b}_0, \Sigma_{\mathbf{b}_0})$ である．なお，添え字 0 はハイパーパラメータを表す．以上から，同時事後確率密度関数は式 (4.1) に式 (3.17), 式 (4.2) に代入することで，

$$\begin{aligned} \pi(\boldsymbol{\theta}|\bar{\mathbf{X}}) &\propto \prod_{k=1}^K \prod_{p=1}^P \prod_{q=1}^Q \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\bar{\mathbf{x}}_{p,q}^k) \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{1}{2P_p^0}(\rho_p - \rho_p^0)^2\right\} \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{1}{2P_q^0}(\rho_q - \rho_q^0)^2\right\} \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{1}{2A_0}(\alpha - \alpha_0)^2\right\} \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}_0)' \Sigma_{\mathbf{b}_0}^{-1}(\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}_0)\right\} \end{aligned} \quad (4.3)$$

と表すことができる。

4.3 同時事後確率密度関数の推計

空間的ワイブル劣化ハザードモデルの同時事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta}|\tilde{\Xi})$ を求めるために、条件付き事後確率密度関数を利用するギブスサンプリング¹⁶⁾を用いる手法がある。ここでは、未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ を各未知パラメータ $\rho_p, \rho_q, \alpha, \boldsymbol{\beta}$ に分け、他のパラメータ値を既知とした条件付き事後確率密度関数を用いて、式 (4.3) を算出する。なお、ギブスサンプリングにおける各パラメータの条件付き事後確率密度関数の算出に際しては、事後分布から直接サンプリングすることが困難なために、それぞれに対してメトロポリス・ヘイスティング法（以下、MH 法）を用いる必要がある。

はじめに空間的ワイブル劣化ハザードモデルの各パラメータの条件付き事後確率密度関数を利用して同時事後確率密度関数を算出する。式 (4.3) より、 $\rho_q, \alpha, \boldsymbol{\beta}$ を既知とした時の ρ_p の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\rho_p|\rho_q, \alpha, \boldsymbol{\beta}, \tilde{\Xi})$ は、

$$\begin{aligned} & \pi(\rho_p|\rho_q, \alpha, \boldsymbol{\beta}, \tilde{\Xi}) \\ & \propto \prod_{k=1}^K \prod_{p=1}^P \prod_{q=1}^Q \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\tilde{\xi}_{p,q}^k) \\ & \quad \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2P_p^0}(\rho_p - \rho_p^0)^2\right\} \end{aligned} \quad (4.4)$$

と表せる。また、 $\rho_p, \alpha, \boldsymbol{\beta}$ が既知とした時の ρ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\rho_q|\rho_p, \alpha, \boldsymbol{\beta}, \tilde{\Xi})$ は

$$\begin{aligned} & \pi(\rho_q|\rho_p, \alpha, \boldsymbol{\beta}, \tilde{\Xi}) \\ & \propto \prod_{k=1}^K \prod_{p=1}^P \prod_{q=1}^Q \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\tilde{\xi}_{p,q}^k) \\ & \quad \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2P_q^0}(\rho_q - \rho_q^0)^2\right\} \end{aligned} \quad (4.5)$$

と表せる。同様に $\rho_p, \rho_q, \boldsymbol{\beta}$ が既知とした時の α の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\alpha|\rho_p, \rho_q, \boldsymbol{\beta}, \tilde{\Xi})$ についても、

$$\begin{aligned} & \pi(\rho_p|\rho_q, \alpha, \boldsymbol{\beta}, \tilde{\Xi}) \\ & \propto \prod_{k=1}^K \prod_{p=1}^P \prod_{q=1}^Q \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\tilde{\xi}_{p,q}^k) \\ & \quad \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2A_0}(\alpha - \alpha_0)^2\right\} \end{aligned} \quad (4.6)$$

と表すことができる。さらに、 ρ_p, ρ_q, α が既知とした時の $\boldsymbol{\beta}$ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\beta}|\rho_p, \rho_q, \alpha, \tilde{\Xi})$ については、

$$\pi(\rho_p|\rho_q, \alpha, \boldsymbol{\beta}, \tilde{\Xi})$$

$$\propto \prod_{k=1}^K \prod_{p=1}^P \prod_{q=1}^Q \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta} | \bar{\boldsymbol{\xi}}_{p,q}^k) \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}_0)' \Sigma_{\mathbf{b}_0}^{-1} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}_0) \right\} \quad (4.7)$$

と表すことができる．

これらの条件付き確率密度関数に対して MH 法を用いてサンプリングをおこない，式 (4.3) の同時事後確率密度関数を算出する．MH 法では事後分布（目標分布）からのサンプリングが難しい場合に，これを近似するような分布（提案分布）からサンプリングを行う．これと同時に目標分布と提案分布の差異を修正する．これらの操作をギブスサンプリングと同様の手順に従い繰り返したとき，十分に大きな繰り返し回数においてサンプリングされた標本は目標分布からランダムサンプリングされた標本とみなすことができる¹⁷⁾．

いま，目標分布を $\boldsymbol{\pi}(\dot{\boldsymbol{\theta}} | \dot{\boldsymbol{\Xi}})$ ，提案分布の確率密度関数を $\boldsymbol{q}(\dot{\boldsymbol{\theta}}' | \dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)})$ と表す．提案分布を用いて n 回目のサンプリングで事後分布からの標本の候補として $\boldsymbol{q}(\dot{\boldsymbol{\theta}}' | \dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)})$ に従う標本 $\dot{\boldsymbol{\theta}}'$ を発生させる．提案された標本 $\dot{\boldsymbol{\theta}}'$ は目標分布 $\boldsymbol{\pi}(\dot{\boldsymbol{\theta}} | \dot{\boldsymbol{\Xi}})$ からの標本でないために，その差を修正するために，確率

$$\psi(\dot{\boldsymbol{\theta}}' | \dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)}) = \min \left[\frac{\boldsymbol{\pi}(\dot{\boldsymbol{\theta}}' | \dot{\boldsymbol{\Xi}}) \boldsymbol{q}(\dot{\boldsymbol{\theta}}' | \dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)})}{\boldsymbol{\pi}(\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)} | \dot{\boldsymbol{\Xi}}) \boldsymbol{q}(\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)} | \dot{\boldsymbol{\theta}}')} \right] \quad (4.8)$$

に従って受容し， $\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n)} = \dot{\boldsymbol{\theta}}'$ とする．また棄却された場合には $\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n)} = \dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)}$ とする．

本研究ではランダムウォーク MH 法を用いて，式 (4.4)，(4.5)，(4.6)，(4.7) の各条件付き確率密度関数からサンプリングをおこなう．

まず， $\boldsymbol{\pi}(\rho_p | \rho_q, \alpha, \boldsymbol{\beta}, \dot{\boldsymbol{\Xi}})$ のサンプリングにおいて， n 回目の候補を，

$$\rho_p' = \rho_p^{(n-1)} + \mathcal{N}(0, P_p) \quad (4.9)$$

で表されるランダムウォークにより発生させる．このとき，提案分布の確率密度 $\boldsymbol{q}$ は $(\rho_p', \rho_p^{(n-1)})$ に関して対称となるために，ランダムウォークにより発生させた候補 ρ_p' は確率

$$\begin{aligned} & \psi_{\rho_p}(\rho_p' | \rho_p^{(n-1)}) \\ &= \min \left[\frac{\boldsymbol{\pi}(\rho_p' | \rho_q^{(n-1)}, \alpha^{(n-1)}, \boldsymbol{\beta}^{(n-1)}, \dot{\boldsymbol{\Xi}})}{\boldsymbol{\pi}(\rho_p^{(n-1)} | \rho_q^{(n-1)}, \alpha^{(n-1)}, \boldsymbol{\beta}^{(n-1)}, \dot{\boldsymbol{\Xi}})}, 1 \right] \end{aligned} \quad (4.10)$$

で受容される．実際の数値計算では区間 $[0, 1]$ で定義される一様分布 $\mathcal{U}(0, 1)$ から，一様乱数 $u \sim \mathcal{U}(0, 1)$ を発生させ， $\rho_p^{(n)}$ を以下のルールに従い決定する．

$$\rho_p^{(n)} = \begin{cases} \rho_p^{(n-1)} & u > \psi_{\rho_p} \\ \rho_p' & u \leq \psi_{\rho_p} \end{cases} \quad (4.11)$$

$\boldsymbol{\pi}(\rho_q | \rho_p, \alpha, \boldsymbol{\beta}, \dot{\boldsymbol{\Xi}})$ ， $\boldsymbol{\pi}(\alpha | \rho_p, \rho_q, \boldsymbol{\beta}, \dot{\boldsymbol{\Xi}})$ ， $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta} | \rho_p, \rho_q, \alpha, \dot{\boldsymbol{\Xi}})$ についても，同様の方法でサンプリングを行う．

以下に具体的な推計手順を示す．

ステップ 1

事前分布のパラメータ値 $\rho_p^0, P_p^0, \rho_q^0, P_q^0, \alpha_0, A_0, \mathbf{b}_0, \Sigma_{\mathbf{b}_0}$ を任意に設定する. また, 未知パラメータ $\boldsymbol{\theta} = [\rho_p, \rho_q, \alpha, \boldsymbol{\beta}]$ の初期値 $\boldsymbol{\theta}^{(0)} = (\rho_p^{(0)}, \rho_q^{(0)}, \alpha^{(0)}, \boldsymbol{\beta}^{(0)})$ を任意に設定する. 初期値の影響はサンプリング数の増加とともに薄れる. また, 定常状態に収束した後のサンプリングとは無関係である.

ステップ 2-1

サンプリング回数 n の未知パラメータの部分ベクトル $\rho_p^{(n)}$ を $\pi(\rho_p | \rho_q^{(n-1)}, \alpha^{(n-1)}, \boldsymbol{\beta}^{(n-1)}, \bar{\Xi})$ からランダムウォーク MH 法によりサンプリングする.

ステップ 2-2

サンプリング回数 n の未知パラメータの部分ベクトル $\rho_q^{(n)}$ を $\pi(\rho_q | \rho_p^{(n)}, \alpha^{(n-1)}, \boldsymbol{\beta}^{(n-1)}, \bar{\Xi})$ からランダムウォーク MH 法によりサンプリングする.

ステップ 2-3

サンプリング回数 n の未知パラメータの部分ベクトル $\alpha^{(n)}$ を $\pi(\alpha | \rho_p^{(n)}, \rho_q^{(n)}, \boldsymbol{\beta}^{(n-1)}, \bar{\Xi})$ からランダムウォーク MH 法によりサンプリングする.

ステップ 2-4

サンプリング回数 n の未知パラメータの部分ベクトル $\boldsymbol{\beta}^{(n)}$ を $\pi(\boldsymbol{\beta} | \rho_p^{(n)}, \rho_q^{(n)}, \alpha^{(n)}, \bar{\Xi})$ からランダムウォーク MH 法によりサンプリングする.

ステップ 3

十分大きな $\underline{n}$ に対して $n > \underline{n}$ ならば $\boldsymbol{\theta}^{(n)} = (\rho_p^{(n)}, \rho_q^{(n)}, \alpha^{(n)}, \boldsymbol{\beta}^{(n)})$ を記録する.

ステップ 4

$n = \bar{n}$ ならば計算を終了する. $n < \bar{n}$ ならば $n = n + 1$ としてステップ 2 に戻る.

十分大きな $\underline{n}$ に対して, このようなマルコフ連鎖が定常状態に達していると考えれば, ランダムウォーク MH 法を用いたサンプリングによる $\boldsymbol{\theta}(n = \underline{n} + 1, \underline{n} + 2, \dots, \bar{n})$ のサンプリングは式 (4.1) に示した同時事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta} | \bar{\Xi})$ からのサンプリングと等しくなる. したがって, サンプリングによって得られるこれらの標本 $\boldsymbol{\theta}(n = \underline{n} + 1, \underline{n} + 2, \dots, \bar{n})$ を用いて, パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta} = [\rho_p, \rho_q, \alpha, \boldsymbol{\beta}]$ の同時事後確率密度関数に関する統計量を計算することも可能となる.

4.4 事後分布に関する統計量

MCMC 法によって得られた標本に基づいて, パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta} = [\rho_p, \rho_q, \alpha, \boldsymbol{\beta}]$ に関する推計値を決定することができる. いま, MCMC 法により得られた標本を $\boldsymbol{\theta}^{(n)} = (\rho_p^{(n)}, \rho_q^{(n)}, \alpha^{(n)}, \boldsymbol{\beta}^{(n)}) =$

$(\theta_1^{(n)}, \theta_2^{(n)}, \dots, \theta_K^{(n)})(n = 1, \dots, \bar{n})$ と表すこととする．なお， $K = 1 + 1 + 1 + M$ である．このうち，最初の $\underline{n}$ 個を事後分布への収束過程からの標本と考え，標本集合から除去する．そのうえで，パラメータの標本添字集合を $\mathcal{M} = \{\underline{n} + 1, \dots, \bar{n}\}$ と定義する．このとき，パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の同時確率分布関数 $G(\boldsymbol{\theta})$ は，

$$G(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\#(\boldsymbol{\theta}^{(n)} \leq \boldsymbol{\theta}, n \in \mathcal{M})}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (4.12)$$

と表すことができる．ただし， $\#(\boldsymbol{\theta}^{(n)} \leq \boldsymbol{\theta}, n \in \mathcal{M})$ は論理式 $\boldsymbol{\theta}^{(n)} \leq \boldsymbol{\theta}, n \in \mathcal{M}$ が成立するサンプルの総数である．また，パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の事後分布の期待値ベクトル $\tilde{\boldsymbol{\zeta}}(\boldsymbol{\theta})$ は，

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\zeta}}(\boldsymbol{\theta}) &= (\tilde{\zeta}(\theta_1), \dots, \tilde{\zeta}(\theta_K))' \\ &= \left(\sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\theta_1^{(n)}}{\bar{n} - \underline{n}}, \dots, \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\theta_K^{(n)}}{\bar{n} - \underline{n}} \right)' \end{aligned} \quad (4.13)$$

と表される．また，ギブスサンプリングによる標本を用いて，パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の信用域を定義できる． $100(1 - 2\kappa)\%$ 信用域は，標本順序統計量 $(\underline{\theta}_k^\kappa, \bar{\theta}_k^\kappa)(k = 1, \dots, K)$

$$\underline{\theta}_k^\kappa = \arg \max_{\theta_k^*} \left\{ \frac{\#(\theta_k^{(n)} \leq \theta_k^*, n \in \mathcal{M})}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \kappa \right\} \quad (4.14\text{-a})$$

$$\bar{\theta}_k^\kappa = \arg \min_{\theta_k^{**}} \left\{ \frac{\#(\theta_k^{(n)} \geq \theta_k^{**}, n \in \mathcal{M})}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \kappa \right\} \quad (4.14\text{-b})$$

を用いて $\underline{\theta}_k^\kappa < \theta_k < \bar{\theta}_k^\kappa$ と定義できる．

MCMC 法では，初期パラメータ値 $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$ が不変分布である事後分布からの標本である保証はない．ギブスサンプリングで発生させた $\bar{n}$ 個のサンプルのうち，最初の $\underline{n}$ 個の標本 $\boldsymbol{\theta}^{(n)}(n = 1, \dots, \underline{n})$ を事後分布に収束する過程からのサンプリングと考える．その上で，第 $\underline{n} + 1$ 回以降の標本を取り上げる． $\underline{n} + 1$ 以降の標本が，不変分布である事後分布からの標本であるかを Geweke の方法¹⁸⁾を用いて仮説検定を試みる．

第5章 適用事例

5.1 データ概要

3. で定式化した空間的ワイブル劣化ハザードモデルを実際の鉄道橋の高欄データへ適用する。実態調査は文献⁵⁾に詳述されているが、改めて概要を以下に示す。本研究では、竣工から25年、あるいは27年経過している異なる2つのRC鉄道橋を対象に調査を行ったデータを用いた。対象構造物は鉄道構造物等設計標準・同解説⁴⁾に定めるS2地域（最も影響の少ない地域）に区分され、海岸から数km以内に位置する。以上のRC鉄道橋の高欄13枚に対して、鉛直方向の主鉄筋を基準に幅250mm、高さ100mmの評価単位メッシュを設けた。表-5.1にデータに関する詳細を示す。評価単位メッシュを用いることで、高欄は合計12,194のメッシュに分割された。各メッシュの剥離・剥落の有無、かぶり厚に関する情報は、点検ハンマーを併用した目視点検によって獲得された。剥離・剥落に関しては、全12,194メッシュのうち、1,584メッシュで発生が確認された。かぶりに関しては、各高欄に対して3本の水平方向鉄筋に沿ったメッシュで測定されており、それ以外のメッシュに関しては2次関数補間により算出されたものを用いた。また、各高欄1枚に対して初期塩化物イオン濃度、中性化深さの情報も取得されている。初期塩化物イオン濃度は、中性化による濃縮の影響を受けない表面から70~100mmの深さから採取した試料により測定されたものである。今回、実態調査は1回のみであったことからサンプルサイズは総メッシュ数と同じ12,194である。以上のデータに対して、空間的ワイブル劣化ハザードモデルの推計を行う。

表-5.1 調査データの概要

総メッシュ数	12,194
総剥離・剥落数	1,584
平均かぶり厚	29.0(mm)
平均中性化深さ	10.9(mm)
平均初期塩化物イオン濃度	1.54(kg/m ³)

5.2 ワイブル劣化ハザードモデルの推計結果

本研究では、空間的ワイブル劣化ハザードモデルの推計に先立ち、空間的連鎖性を考慮しないワイブル劣化ハザードモデルの推計を行った。モデルの特性変数の候補として、高

欄のかぶりコンクリートの剥離・剥落の発生に影響を及ぼすと考えられる、1) かぶり厚、2) 中性化深さ、3) 初期塩化物イオン濃度の3つの変数を採用した。また、推計に際しては定数項として x_1 (常に $x_1 = 1$) を用いるとともに、各特性変数は最大値が1になるように基準化を行っている。モデルの選択に関しては、推計結果から得られたパラメータの90%信用域が0をまたぐ特性変数や、パラメータの影響が物理的、化学的に矛盾している特性変数を不採用とし、採用された特性変数の組み合わせを含むモデル群の中で、BICを最小とするモデルを選択した。ここで、BICは以下で定義される統計モデルとデータとの適合を検討するために利用される統計量である。

$$BIC = -2\ln L(\theta|\tilde{X}) + S\log T \quad (5.1)$$

なお、 S は未知パラメータの数、 T はサンプルサイズを表している。BICは値が小さいほどデータに対するモデルのあてはまりが良いことを表しており、最も説明力の高いパラメータの組み合わせの選択を可能にする。モデルの選択の際、特性変数の候補の中で、初期塩化物イオン濃度のパラメータは、数値が大きくなると、劣化進展が遅くなるという実現象と整合的でない結果となった。そのため、本研究では初期塩化物イオン濃度を特性変数から削除した。この原因として、1) 高欄単位でのデータを用いたこと、2) 濃縮の影響を考慮していないことが挙げられる。すなわち、本研究で利用した高欄1枚に対して1箇所から採取した初期塩化物イオン濃度では、同じ高欄内でも箇所ごとに異なる中性化の進行や、これに伴う中性化境界での塩化物イオンの濃縮の影響を正確に考慮できていない可能性がある。上記の理由により、実現象と整合的でない結果となったと考えられる。また、加速度パラメータについては、加速度パラメータ α の90%信用域が1をまたいだことから、コンクリートの剥離・剥落における劣化速度の時間依存性を確認することができなかった。したがって本研究では加速度パラメータを $\alpha = 1$ とした。これは、今回実態調査が1回のみであったことや、データの経過時間が類似していたことが原因として考えられる。ワイブル劣化ハザードモデルの推計結果に表-5.2に示す。表-5.2には各パラメータの推計値、90%信用域、Geweke検定統計量、さらに、モデルの対数尤度、BICが示してある。Geweke検定統計量は、獲得された標本が、不変分布である事後分布からの標本であるかを判定する検定統計量である。表-5.2に示す $\beta_i (i = 1, 2, 3)$ の推計値はそれぞれ、剥離・剥落過程に対する特性変数の寄与度を示す。また、表-5.2よりGeweke検定統計量はいずれも絶対値で1.96を下回っており、有意水準5%で収束仮説を棄却できないことがわかる。表-5.2に示すように特性変数として1) かぶり厚、2) 中性化深さを採用した。かぶり厚のパラメータ推計値 β_2 が負の値を示すことから、かぶり厚を厚くすれば、劣化進展を抑制できることがわかる。一方、中性化深さのパラメータ推計値 β_3 は正の値を示すことから、中性化深さの値が大きくなれば、劣化進展は早まることが理解できる。また、両者のパラメータの絶対値の大きさの比較により、かぶり厚は中性化深さと比べて劣化進展に及ぼす影響が大き

いことが読み取れる。ただし、本研究においては、データの獲得単位が、かぶり厚がメッシュ単位であるのに対して、中性化深さは高欄単位であった。したがって、本結果はデータの不足により中性化深さの影響を過小評価している可能性がある点に留意して欲しい。

表-5.2 ワイブル劣化ハザードモデルの推計結果（空間的連鎖性なし）（ $\alpha = 1$ ）

	定数項 β_1	かぶり厚 β_2	中性化深さ β_3
推計値	-4.12	-13.1	3.28
90%信用域	(-4.45, -3.80)	(-13.5, -12.6)	(2.83, 3.70)
Geweke 検定統計量	-0.035	-0.010	0.046
対数尤度	-2,233		
BIC	4,513		

5.3 空間的ワイブル劣化ハザードモデルの推計結果

空間的ワイブル劣化ハザードモデルを推計に際し、**5.1** で述べたモデルの選択手順と同様の手順で、最適なモデルを選択した。その結果、**5.2** で採用した特性変数に加え、鉛直方向の空間的自己相関パラメータを採用した。水平方向の空間的自己相関パラメータについては、90%信用域が 0 をまたいだことから不採用とした。また、加速度パラメータについては **5.2** と同様に $\alpha = 1$ を採用した。空間的ワイブル劣化ハザードモデルの推計結果を**表-5.3** に示す。鉛直方向の空間的自己相関パラメータは、任意のメッシュのハザード率と鉛直方向の隣接するメッシュのハザード率の差が 5%程度の割合でハザード率に影響を与えることを示している。本モデルでは、このように、メッシュ間に存在する空間的連鎖性を定量的に評価することを可能とする。さらに、BIC を用いて**表-5.2** で推計した空間的連鎖性を考慮しないモデルと比較すると、**表-5.3** の空間的連鎖性を考慮したモデルの方が、BIC が小さいことからデータに対するモデルのあてはまりが良いことが見て取れる。

表-5.3 空間的ワイブル劣化ハザードモデルの推計結果（空間的連鎖性考慮）（ $\alpha = 1$ ）

	定数項 β_1	かぶり厚 β_2	中性化深さ β_3	鉛直方向空間相関 ρ_p
推計値	-4.23	-12.9	3.47	0.049
90%信用域	(-4.44, -4.02)	(-13.5, -12.4)	(3.15, 3.81)	(0.028, 0.071)
Geweke 検定統計量	-0.035	-0.010	0.046	-0.111
対数尤度	-2,243			
BIC	4,503			

5.4 分析結果

空間的連鎖性の影響を把握するため、表-5.4 に示す 2 つの高欄 A, B に着目した比較・検討を行う。各高欄の主な特徴として、高欄 A では目視点検時において多くの剥離・剥落発生が確認されたが、高欄 B では剥離・剥落がほとんど確認されなかったことがあげられる。

表-5.4 高欄ごとの調査データ

高欄	A	B
総メッシュ数	480	510
剥離・剥落数	70	1
平均かぶり厚	29.6(mm)	32.6(mm)
かぶり厚最小値	5.00(mm)	6.00(mm)
かぶり厚最大値	61.0(mm)	58.0(mm)
中性化深さ	15.0(mm)	6.80(mm)
経過年数	27	27

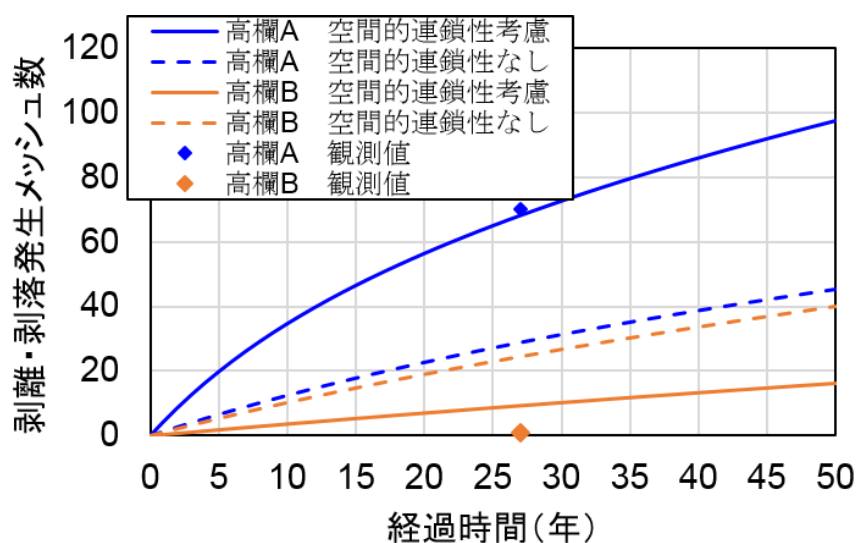
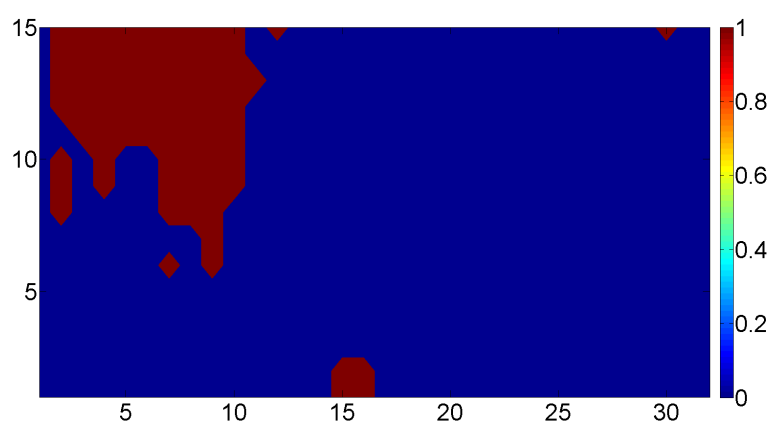


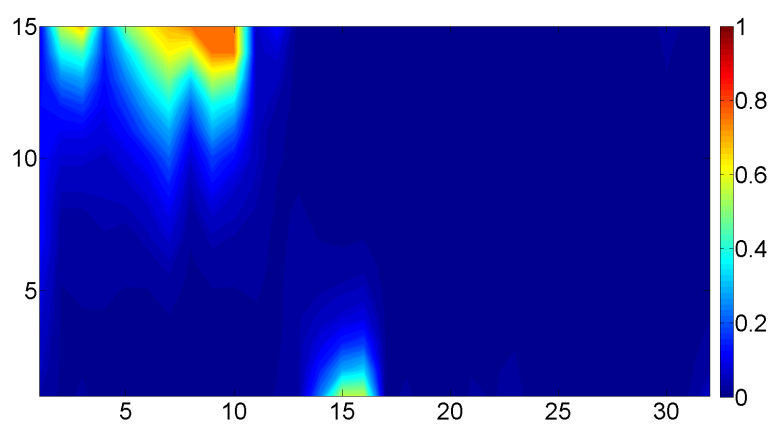
図-5.1 空間的連鎖性の有無による比較

各高欄の時間経過による剥離・剥落発生メッシュ数の推移を図-5.1 に示す。図中の横軸には供用開始からの経過時間を、縦軸には各高欄に対する剥離・剥落発生メッシュ数を示しており、図中の点線が空間的連鎖性を考慮していないもの、実線が考慮したものとなっている。剥離・剥落メッシュ数については、各高欄の各メッシュの剥離・剥落発生確率の期待値の和をとることによって算出した。同図より、空間的連鎖性を考慮しない場合、高欄 A と B による違いはほとんどみられないのに対し、空間的連鎖性を考慮した場合、発生数

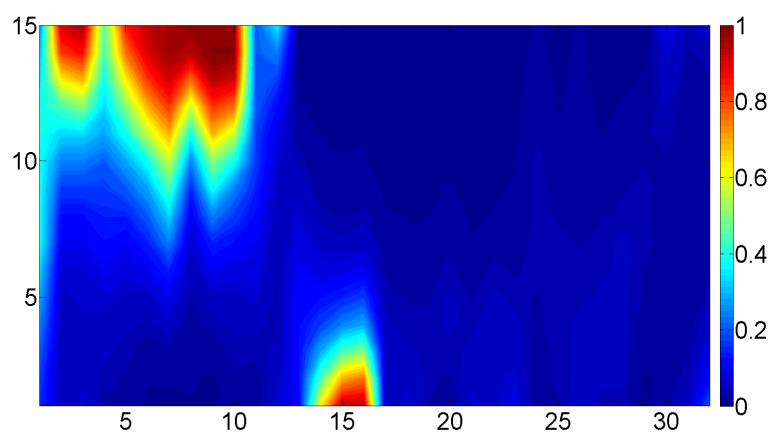
に大きな差異があることが確認できる。実態調査データによって獲得された観測値を用いて比較すると、空間的連鎖性を考慮した場合の方がより実態調査データに近い結果となっていることから、既往の手法では、剥離・剥落発生数を発生数が多い高欄 A では過小評価、発生数が少ない高欄 B では過大評価する可能性が示唆される。言い換えれば、既往のモデルで生じるであろう実現象との乖離を、本研究で提案するモデルにより解消できるといえる。図-5.2 には高欄 A の各メッシュに着目したより詳細な分析結果を示す。各図の縦軸、横軸はそれぞれの方向のメッシュの位置を示している。図中 (a) に示す実態調査データは、目視点検によって判定された剥離・剥落の有無を表している。一方、図中の (b), (c) には、それぞれ空間的連鎖性を考慮しないモデルと、考慮したモデルの推計結果を用いて、式 (3.10) より各メッシュの剥離・剥落発生確率を算出したものを示している。図中 (a) に関しては、剥離・剥落が発生したか否かの 2 値で表現されるデータであるため、剥離・剥落発生が確認されたメッシュを赤色で、確認されていないメッシュを青色で示した。一方、図中の (b), (c) の各メッシュは、剥離・剥落発生確率が 0 のものを青色として、発生確率が高くなれば、赤色に推移していく。よって、濃い赤色で示された部分は大規模な剥離・剥落が発生していることを示す。図-5.2 の結果より、空間的連鎖性を考慮したモデルは、考慮しないモデルに比べ、実態調査データの剥離・剥落発生箇所をよりの確に表現していることが見て取れる。以上の、実態調査データと既往モデル、および提案モデルの比較により、空間的連鎖性の有効性を実証した。さらに、図-5.3 には、高欄 A における供用開始から 50 年経過した時点（現時点から 23 年後）での剥離・剥落発生の予測結果を示している。同図と図-5.2 (c) を比較すると、時間経過とともに鉛直方向に剥離・剥落発生確率が高くなっていることがわかる。このように、提案モデルを用いることで、剥離・剥落が発生する時期や、その規模についても予測可能となることから、大規模な剥離・剥落の発生を未然に防止するような補修工法・補修時期の選択への議論を展開することができる。例えば、鉛直方向に連続して剥離・剥落が発生した場合、隣接するメッシュのかぶり厚が厚ければ、それ以上剥離・剥落の規模が大きくなる可能性は低いことが考えられる。一方で、水平方向に連続して剥離・剥落が発生した場合、時間経過とともに鉛直方向の剥離・剥落が増大し、大規模な剥離・剥落が発生する可能性が高いことが示唆される。大規模な剥離・剥落発生リスクに着目すると、連続して剥離・剥離が発生した場合でも、水平方向で発生した場合と鉛直方向ではリスクの大きさが異なる。よって水平方向に連続して剥離・剥落発生が確認された場合、大規模な剥離・剥落の発生を未然に防ぐため、予防的に補修を行うなどの対策が考えられる。このように、本研究で提案したモデルを利用することで、大規模な剥離・剥落発生のリスク評価に基づいて、事前に発生を抑制するような補修工法・補修時期の選択の議論を可能とする。



(a) 実態調査データ



(b) 空間的連鎖性なし



(c) 空間的連鎖性考慮

図-5.2 実態調査データとモデルの比較（高欄 A $t = 27$ ）

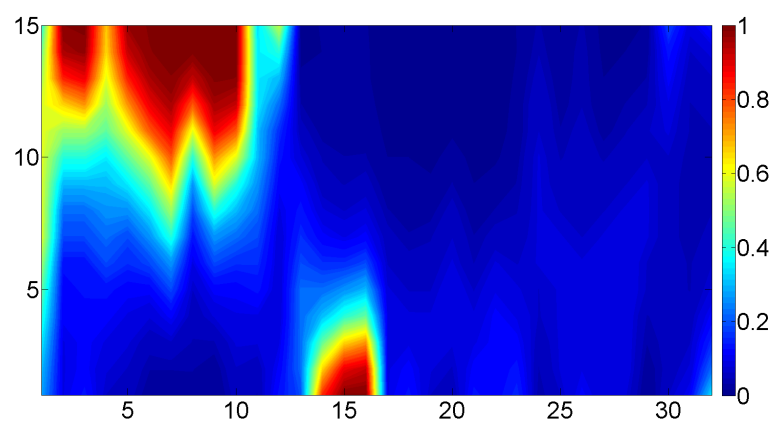


図-5.3 剥離・剥落発生の将来予測（高欄 A $t = 50$ ）

第6章 おわりに

本研究では、実態調査データに基づいて不確実性を考慮した剥離・剥落発生予測を実施するための方法論を提案した。具体的には、時間の経過とともに鉄筋が腐食し、剥離・剥落発生数が増大する現象を、ワイブル劣化ハザードモデルを用いて表現し、その後、鉄筋腐食により部分的に剥離・剥落発生数が増大する現象を、空間的な連鎖性としてワイブル劣化ハザードモデルに組み込んだ、空間的ワイブル劣化ハザードモデルを提案した。さらに、実態調査データへの適用を通じて、空間的連鎖性の有効性を実証的に検証した。本研究で提案されたモデルを利用することで、現存するコンクリート構造物における今後の剥離・剥落の発生数のみならず発生箇所や時期の予測が可能となる。これにより劣化状況に応じた補修工法・時期の選択へと議論を進めることが可能となる。一方で、今後の課題を以下にあげる。まず第1に、物理的、化学的特性を考慮したモデルの精微化が挙げられる。本研究ではかぶり厚と中性化深さを独立したものとして扱ったが、物理的關係を考慮した上でモデル化が必要である。こうした実務を通じた知見との整合性を高めるようなモデルの構築が重要である。第2に、さらなるデータの蓄積が必要である。今回確認されなかった劣化進展の時間依存性については、データの不足が原因として考えられる。今回は実態調査が1回のみであったが、劣化進展の時間依存性の有無を確認するために、さらなるデータの蓄積が重要である。また、今回特性変数として不採用とした、初期塩化物イオン濃度については、より細分化した単位での塩化物イオン濃度の獲得が必要である。

参考文献

- 1) 川村力, 谷村幸裕, 曾我部正道, 佐藤勉, 長谷川雅志: 実態調査に基づく鉄道高架橋におけるかぶりの施工誤差に関する研究, 土木学会論文集, No.767/V-64, pp.253-266, 2004.
- 2) 谷村幸裕, 長谷川雅志, 曾我部正道, 佐藤勉: 鉄道 RC ラーメン高架橋の中性化に関する耐久性照査法の適用に関する研究, 土木学会論文集, No.760/V-63, pp.147-157, 2004.
- 3) 川村力, 谷村幸裕, 曾我部正道, 鳥取誠一, 長谷川雅志, 東川考治: 鉄道構造物の調査に基づくコンクリート中への塩化物イオン浸透に関する研究, 土木学会論文集, No.781/V-66, pp.193-204, 2005.
- 4) 鉄道総合技術研究所編: 鉄道構造物等維持管理標準・同解説 (構造物編) コンクリート構造物, 丸善, 2007.
- 5) 曾我部正道, 谷村幸裕, 松橋宏治, 宇野国和: 鉄道高架橋の RC 高欄の変状調査とその劣化予測, コンクリート工学, Vol.47, No.8, pp.16-24, 2009.
- 6) 轟俊太郎, 曾我部正道, 谷村幸裕, 松橋宏治: 鉄筋腐食によるかぶりコンクリート剥落の実態調査, コンクリート工学年次論文集, Vol.32, No.1, pp.1103-1108, 2010.
- 7) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- 8) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 9) 貝戸清之, 起塚亮輔, 伊藤哲男, 橋爪兼治, 出口宗治: 床板かぶりコンクリートの剥離・剥落発生リスクと最適点検政策, 土木学会論文集 F4 (建設マネジメント), Vol.68, No.1, pp.11-27, 2012.
- 10) 松岡弘大, 貝戸清之, 徳永宗正, 曾我部正道: 鉄筋腐食を考慮した RC 高欄の剥離・剥落発生モデル, コンクリート工学年次論文集, Vol.34, No.2, pp.1435-1440, 2012.
- 11) 堤盛人, 瀬谷創: 応用空間統計学の二つの潮流」空間統計学と空間計量経済学, 統計数理, 第 60 巻, 第 1 号, pp.3-25, 2012.

- 12) Anselin, L.: *Spatial Econometrics: Methods and Models*, Kluwer Academic Publishers, 1988.
- 13) 松本光矢, 曾我部正道, 轟俊太郎, 谷村幸裕: 内的塩害と中性化の複合劣化を対象とした劣化予測に関する検討, コンクリート工学年次論文集, Vol.32, No.2, pp.1423-1428, 2010.
- 14) Lancaster, T. : *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 15) Gouriéroux, C. : *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 16) 和合肇: ベイズ計量経済分析, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用, 東洋経済新報社, 2005.
- 17) 伊庭幸人: 計算統計学のフロンティア-計算統計 II, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店, 2005.
- 18) Geweke, J. : Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to Calculation of Posterior Moments, *Bayesian Statistics*, Vol.4, pp.169-193, 1996.