

平成 2 1 年度（財）港湾空港建設技術サービス センター研究開発助成報告書

助成番号 ：平成 21 年 2 月 9 日付 08 港企第 51 号

研究開発項目：(20 指定) 「港湾・空港のアセットマネジメントに
関する研究」に関するもの

ハイブリッド劣化モデルに基づく 空港コンクリート舗装の最適補修戦略

平成 2 2 年 4 月 2 8 日

大阪大学大学院工学研究科
フロンティア研究センター
貝戸 清之

ハイブリッド劣化予測モデルに基づく 空港コンクリート舗装の最適補修戦略

平成 22 年 3 月 31 日

大阪大学大学院工学研究科
フロンティア研究センター

貝戸清之

目次

第1章 空港コンクリート舗装のハイブリッド劣化モデル	1
1.1 はじめに	1
1.2 本研究の基本的な考え方	1
1.2.1 従来の研究概要	1
1.2.2 ハイブリッド劣化モデルの役割	2
1.3 ハイブリッド劣化モデル	4
1.3.1 モデル化の前提条件	4
1.3.2 1次モデル（設計段階）	5
1.3.3 2次モデル（設計段階）	5
1.3.4 3次モデル（運用段階）	5
1.4 統計的劣化モデル（2次モデル）	6
1.4.1 混合地盤沈下モデルの定式化	6
1.4.2 マルコフ劣化ハザードモデル	7
1.4.3 マルコフ劣化モデルのベイズ推計	8
1.4.4 ベイズ統計量	11
1.5 ベイズ更新モデル（3次モデル）	11
1.5.1 混合地盤沈下モデルのベイズ更新	11
1.5.2 マルコフ劣化モデルのベイズ更新	12
1.5.3 舗装劣化に関するベイズ予測	13
1.6 適用事例	16
1.6.1 適用事例の概要	16
1.6.2 2次モデルの作成	16
1.6.3 ベイズ更新モデル（3次モデル）	19
1.7 おわりに	22
第2章 空港コンクリート舗装の最適維持補修モデル	24
2.1 はじめに	24
2.2 本研究の基本的な考え方	25
2.2.1 従来の研究概要	25
2.2.2 維持管理契約の特性	26
2.2.3 ハイブリッド劣化モデル	28

2.2.4	最適維持補修モデル	29
2.3	モデルの定式化	30
2.3.1	前提条件	30
2.3.2	地盤の沈下過程	31
2.3.3	舗装の劣化過程	32
2.3.4	劣化・補修過程	33
2.3.5	最適維持補修モデルの定式化	35
2.4	モデルの解法	36
2.4.1	最適値関数の導出	36
2.4.2	最適維持補修モデルの解法	37
2.4.3	ライフサイクル費用のリスク評価	39
2.5	モデルのベイズ更新	40
2.5.1	ベイズ更新の考え方	40
2.5.2	混合地盤沈下モデルのベイズ推計	42
2.5.3	マルコフ劣化モデルのベイズ推計	43
2.5.4	最適維持補修モデルの更新	44
2.5.5	ライフサイクル費用リスクの更新	46
2.6	適用事例	46
2.6.1	適用事例の概要	46
2.6.2	初期時点におけるライフサイクル費用評価	49
2.6.3	地盤沈下過程に関するベイズ更新	49
2.6.4	舗装劣化過程に関するベイズ更新	53
2.7	おわりに	56

第1章 空港コンクリート舗装のハイブリッド劣化モデル

1.1 はじめに

空港舗装アセットマネジメントにおいては、ライフサイクル費用の低減化を図る最適補修戦略を策定することが重要である¹⁾。とりわけ、コンクリート舗装の劣化モデルの開発は根幹となる課題である。しかし、本研究で着目する臨海部空港を対象とする場合、コンクリート舗装の劣化は、地盤沈下の影響を受けるために、その影響を内包した劣化モデルが必要となる。さらに、地盤沈下や舗装劣化の過程は設計段階で精緻な予測が困難なため、空港施設の運用段階で実際に観測されたモニタリング情報に基づいて、逐次予測結果を修正することが望ましい。

本研究では、空港コンクリート舗装の劣化データが存在しない状況の下で、まず、力学的劣化モデル（1次モデル）を用いて地盤沈下とコンクリート舗装の劣化予測を試みる。その上で、1次モデルの予測結果である複数のサンプルパス情報に基づいて、地盤沈下過程やコンクリート舗装の疲労破壊プロセスを統計的劣化モデル（2次モデル）を用いて近似的に表現する。さらに、空港供用後に新しく得られたモニタリング情報に基づいて、2次モデルを逐次ベイズ更新することが可能な3次モデルを開発し、以上の3つのモデルが1つの枠組みの中で有機的に連動したハイブリッド劣化モデルを提案する。以下、1.2では本研究の基本的な考え方を整理する。1.3ではハイブリッド劣化モデルの全体構成を説明する。1.3では統計的劣化モデル（2次モデル）、1.5ではベイズ更新モデル（3次モデル）について説明する。1.6では、適用事例の考察を行う。なお、力学的劣化モデルに関しては紙面の都合上、基本的な概念を1.2で述べるに留める。

1.2 本研究の基本的な考え方

1.2.1 従来の研究概要

空港コンクリート舗装のマネジメントに関しては、米国において実績があり、オクラホマ空港を対象とした舗装マネジメントシステム²⁾やFAA(Federal Aviation Administration)が提案している舗装マネジメントシステム³⁾等の事例が存在する。両事例とも、経年的に蓄積された十分な空港舗装の劣化データを用いて、最小二乗法によりコンクリート舗装の供用性曲線を推計している。しかし、劣化過程に多大な不確実性が介在するために、劣化曲線の推計精度は必ずしも良好ではない。劣化過程の不確実性を考慮した統計的劣化モデルと

して、マルコフ連鎖モデルが提案されている⁴⁾。マルコフ連鎖モデルでは、対象とする施設の健全度を、複数の離散的なレーティング指標で表現し、健全度間の遷移状態をマルコフ推移確率で表現する。これらの統計的劣化モデルは、現実には生じた劣化現象に基づいてモデル化するため、劣化現象に関わる情報が蓄積されれば、平均的な劣化過程に関して信頼性の高い予測が可能となる。しかし、統計的劣化モデルは、モデルを推計するために劣化過程に関するデータの蓄積が必要となる。一方、力学的劣化モデルは、劣化過程を物理モデルにより記述する方法である。空港コンクリート舗装に関しては、疲労度設計法を用いた信頼性設計法により、コンクリート版の疲労破壊のメカニズムを分析し、コンクリート版の寿命を想定する方法が提案されている。さらに、臨海部空港においては、地盤の不同沈下がコンクリート舗装の劣化に多大な影響を及ぼすことが知られている。このため、本研究では空港地盤の沈下過程を1次元圧密モデルで表現するとともに、疲労度設計法を用いた信頼性設計法により、空港舗装の劣化過程を予測する方法を採用する⁵⁾。しかし、土質条件やコンクリート舗装の疲労破壊過程にも不確実性が介在するため、劣化過程を確定的に予測することは困難である。さらに、現場における初期施工状態のばらつきや材料物性値の持つ不均一性等、力学的劣化モデルで記述できない要因による影響を無視できない。

本研究では、力学的劣化モデルに介在する不確実性に対処するために、以下のような方法論を採用する。まず、土質条件をランダムに与えることにより、空港地盤の沈下過程に関する複数のサンプルパスを発生させる。その上で、疲労度解析により、各サンプルパスに対して空港舗装の劣化過程を予測する。以上の方法で、コンクリート舗装の劣化過程に関する数多くのサンプルパスを獲得できる。その上で、サンプルパスの背後にある統計的な規則性を、統計的劣化モデルを用いて表現する。つぎに、空港供用後の期間に着目するとともに、空港コンクリート舗装の維持・管理過程で得られた点検情報に基づいて、統計的劣化モデルをベイズ更新させる。このように、本研究で提案する劣化モデルは、力学的劣化モデルと統計的劣化モデルを合成したハイブリッド型モデルである。すでに、筆者等は、空港地盤の沈下過程に関するハイブリッド型予測モデル⁶⁾を提案している。しかし、本研究では、空港地盤の沈下予測モデルを部分モデルとして内包した空港コンクリート舗装のハイブリッド型劣化モデルを提案するところに特色がある。

1.2.2 ハイブリッド劣化モデルの役割

本研究では、PFI事業権契約による空港コンクリート舗装マネジメント問題を取りあげる。このような空港舗装マネジメントでは、ライフサイクル費用リスクの管理が重要な課題となる。臨海部空港では、空港供用開始直後の期間における地盤沈下リスクが大きく、ライフサイクル費用に及ぼす影響が大きい。しかし、時間の経過とともに、地盤沈下過程は次第に安定化してくる。一方で、コンクリート版に繰り返し荷重が作用し、コンクリート版の疲労破壊のリスクが大きくなる。このように、空港供用後、時間の経過に伴って、コ

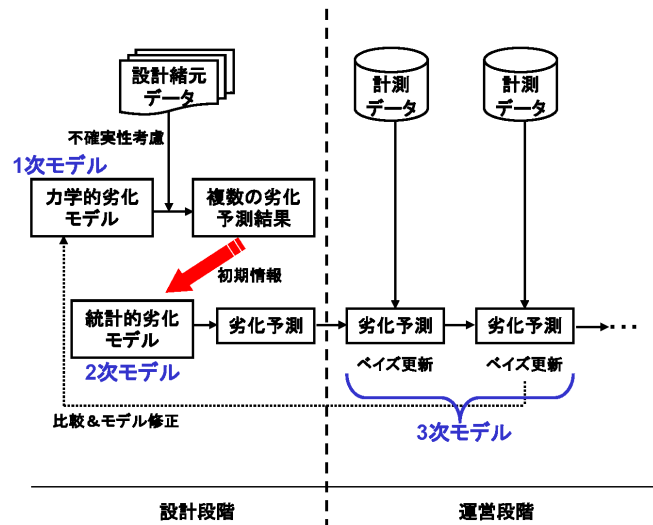


図-1.1 ハイブリッド劣化モデルの特性

ンクリート舗装の管理条件が時間とともに変化する。PFI 事業権契約では、契約終了時点において、空港コンクリート舗装の健全度が、性能基準を上回ることが義務づけられている。ライフサイクル費用リスクを管理する上で、大規模補修が必要となる舗装面積を予測することが重要な課題となる。さらに、運用段階では、継続的なモニタリングにより獲得した実績データを活用して、その時点以降における劣化予測の信頼性を向上させることが必要となる。

本研究で提案するハイブリッド劣化モデルの特徴を図-1.1 に示す。ハイブリッド劣化モデルでは、力学的劣化モデルによる予測結果を初期情報として位置づける。さらに、力学的劣化モデルによる予測結果を用いて、統計的劣化モデルを作成する。その際、力学的モデルの計算結果において、支配的な役割を演じているパラメータや説明変数を取りあげ、これらの変数やパラメータを説明変数とするような統計的劣化モデルを作成する。このような方法論により、実績データがなくても統計的劣化モデルを推計できる。また、継続的なモニタリングにより獲得した計測データを活用して、逐次ベイズ更新を行うことにより、劣化モデルの信頼性を向上させることができる。一方で、ハイブリッド劣化モデルを用いて劣化予測を行った結果、劣化予測の結果と実績値の間に無視できない乖離が存在する場合、統計的劣化モデルをベイズ更新し、ハイブリッド劣化モデルの信頼性の向上にフィードバックすることが重要となる。あわせて、力学的劣化モデルの予測精度を改善することが必要となる。

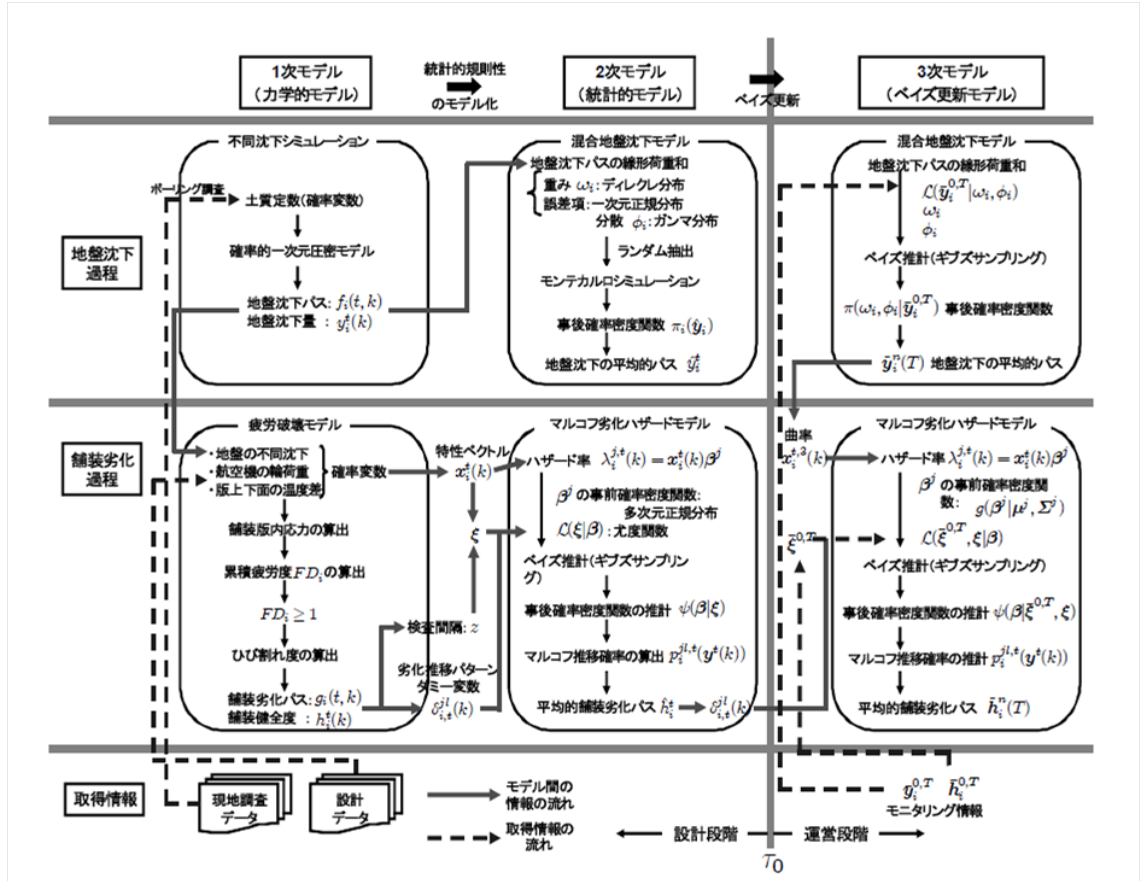


図-1.2 ハイブリッド劣化モデルの構造

1.3 ハイブリッド劣化モデル

1.3.1 モデル化の前提条件

PFI 事業者がカレンダー時刻 τ_0 に空港施設を建設し，それ以降の時刻にわたって空港コンクリート舗装を管理する問題を考える．カレンダー時刻 τ_0 を初期時点 $t=0$ とする離散的時間軸 $t=0, 1, 2, \dots, \bar{T}$ を導入する． $\bar{T}$ は事業権契約の最終期である．時間間隔は1年間である．離散軸上の各点 t を時点と呼ぶ．対象とする舗装区域を合計 I 個のメッシュに分割する．各メッシュは，コンクリート舗装版に対応しており，メッシュ単位で地盤沈下と舗装版の劣化過程を予測する．対象とする期間を，空港が供用される時刻 τ_0 より以前の期間と，供用開始後の期間に分割し，前者を設計段階，後者を運営段階と定義する．設計段階においては，空港コンクリート舗装の劣化過程に関する情報は存在しない．一方，運用段階では，空港の供用開始時点から，空港管理者は，各メッシュの地盤沈下量，舗装版の劣化過程をモニタリングする．ハイブリッド劣化モデルでは，1次，2次，3次モデルを用いて地盤沈下過程，舗装の劣化過程を記述する．これらのサブモデルの関係を一括して図-1.2に示している．同図より，各サブモデルへの入力となる取得情報の流れや，サブモデル間の情報の受け渡しが理解できる．

1.3.2 1 次モデル（設計段階）

1 次モデルは、1) 地盤の不同沈下過程を予測する確率的 1 次元圧密モデル、2) コンクリート版内に発生する応力状態を 2 次元有限要素法モデルを用いて解析し、コンクリート版の累積疲労度を算定する疲労破壊モデルという 2 つのサブモデルで構成されている。しかし、1 次モデルを用いてライフサイクル費用評価を行う際、1) モデルの操作性に問題があり、膨大な計算時間が必要となる、2) シミュレーションで得られた膨大な分析結果に対して統計的処理が必要となる、という課題が発生する。さらに、3) 疲労破壊確率は、疲労破壊試験で得られた限られた実験サンプルを用いて作成した経験式である。このように 1 次モデルは、分析精度が異なるモデルを連結したものであり、1 次モデルの予測結果には多くの誤差や不確実性が介在する。本研究では、1 次モデルに介在する不確実性のうち、土質条件の不確実性に関しては、土質条件をランダムに変化させた 1 次元圧密モデルを用いて、多数の地盤沈下シナリオを発生させる。コンクリート版の疲労破壊に関する不確実性に関しては、航空機の走行時のばらつきを確率的に表現し、コンクリート版の疲労破壊に関するサンプルパスを作成する。

1.3.3 2 次モデル（設計段階）

1 次モデルのアウトプットは、時点 t 、メッシュ i の沈下量を表す地盤沈下パス $f_i(t, k)$ と、各メッシュのひび割れ度（健全度）の経年変化を表す舗装劣化パス $g_i(t, k)$ である。 $y_i^t(k)$, $h_i^t(k)$ は、時点 t 、メッシュ i におけるサンプルパス $f_i(t, k)$, $g_i(t, k)$ のサンプル値を表す。1 次モデルで作成したサンプルパスは膨大な量に及ぶため、サンプルパスデータに含まれる情報を集約化することが必要である。そこで、1 次モデルで作成したサンプルパスを統計的標本と考え、これらのサンプルパスを統計的に表現する 2 次モデルを作成する。まず、地盤沈下過程に関しては、地盤沈下パスの線形荷重モデル（混合地盤沈下モデルと呼ぶ）を用いて表現する。一方、舗装の劣化過程に関しては、地盤の不同沈下状態に依存してコンクリート舗装の疲労メカニズムが異なることを考慮し、マルコフ推移確率が地盤沈下状態に依存して変化するような非斉次マルコフ連鎖モデルを用いて表現する。本研究では、これら 2 つの統計的モデルを総称して 2 次モデルと呼ぶ。2 次モデルを用いて、地盤沈下の統計的サンプルパス $\hat{y}_i^t (i = 1, \dots, I; t = 0, 1, \dots)$ と舗装劣化過程のサンプルパス $\hat{h}_i^t (i = 1, \dots, I; t = 0, 1, \dots)$ の生起確率を求めることができる。記号「 $\hat{}$ 」は、2 次モデルを用いて作成したサンプルパスを表している。

1.3.4 3 次モデル（運用段階）

運用段階における空港舗装マネジメントにおいては、地盤沈下過程を継続的にモニタリングし、設計段階で予測した地盤沈下過程を再評価し、必要であれば維持補修戦略の見直

しを図ることが求められる．いま，空港供用時点 t_0 から一定期間が経過し，現時点 T に到達したと考える．さらに，空港供用時点から，現時点に至るまでの地盤沈下量データ $\tilde{y}_i^t$ ($i = 1, \dots, I; t = 0, \dots, T$) と舗装健全度データ $\tilde{h}_i^t$ ($i = 1, \dots, I; t = 0, \dots, T$) が得られたと考える．ここに，記号「 $\tilde{}$ 」は，モニタリングで得られた実測値を意味する．運用段階では，モニタリング情報を用いて，地盤沈下および舗装疲労破壊の予測精度を向上させることが課題となる．本研究ではモニタリング情報を用いて，1) 地盤沈下パスの統計的性質を記述した混合地盤沈下モデル，2) 地盤沈下パスを与件として，舗装の劣化過程を記述するマルコフ劣化モデルのベイズ更新を試みる．このように2次モデルのベイズ更新を試みることにより，現時点 T 以降の時点 t ($t > T$) における地盤沈下過程 $\tilde{y}_i^t(T)$ ，舗装劣化過程 $\tilde{h}_i^t(T)$ の予測精度を向上することができる．記号「 $\tilde{}$ 」はベイズ予測値であることを示す．

1.4 統計的劣化モデル (2次モデル)

1.4.1 混合地盤沈下モデルの定式化

筆者等は，すでに確率的1次元圧密モデルを用いて，混合地盤沈下モデルを作成する方法論を提案している．本モデルの詳細は参考文献⁶⁾に譲るが，ここでは読者の便宜を図るため，その概要を簡単に記載しておく．いま，メッシュ i ($i = 1, \dots, I$) の地盤沈下パス $f_i(t, k)$ ($k = 1, \dots, K$) が求まったと考える．混合地盤沈下モデルは，現実の地盤沈下量を，地盤沈下パスの荷重和

$$y_i^t = \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k) + \varepsilon_i \quad (1.1)$$

として表現できる．ここに， ε_i は，測定誤差を表す確率変数であり，互いに独立な1次元正規分布 $\mathcal{N}(0, \sigma_i^2)$ に従うと仮定する．また， $\omega_i(k)$ は，地盤沈下パス k に対して割り当てられた重みであり，

$$\sum_{k=1}^K \omega_i(k) = 1 \quad (i = 1, \dots, I) \quad (1.2)$$

が成立する．各サンプルパスに割り付けられる重み係数が一意的に決定されるためには混合地盤沈下モデルを構成するサンプルパスが互いに独立でなければならない．ここで，混合地盤沈下モデル (2.1) の重み $\omega_i(k)$ ($k = 1, \dots, K$) がディリクレ分布

$$D(\omega_i | \alpha) = \Psi(\alpha) \prod_{k=1}^K \{\omega_i(k)\}^{\alpha_k - 1} \quad (1.3)$$

$$\Psi(\alpha) = \frac{\Gamma(\sum_{k=1}^K \alpha_k)}{\prod_{k=1}^K \Gamma(\alpha_k)}$$

に従うと仮定する．ただし， $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数であり， $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_K)$ は定数パラメータベクトルである．また，分散パラメータ $\phi_i = \sigma_i^{-2}$ がガンマ分布

$$g(\phi_i | \zeta, \gamma) = \frac{\gamma^\zeta}{\Gamma(\zeta)} \phi_i^{\zeta-1} \exp(-\gamma \phi_i) \quad (1.4)$$

に従うと考える．ただし， ζ, γ は定数パラメータである．この時，メッシュ i の地盤沈下サンプルパス $\hat{y}_i = (\hat{y}_i^0, \dots, \hat{y}_i^{\bar{T}})$ が生起する確率密度関数 $\pi_i(\hat{y}_i)$ は，

$$\pi_i(\hat{y}_i) \propto \phi_i^{\zeta-1/2} \prod_{k=1}^K \hat{\omega}_i(k)^{\alpha_k-1} \exp \left[-\phi_i \left\{ \gamma + \frac{1}{2} \hat{\varepsilon}_i^2 \right\} \right] \quad (1.5)$$

と表される．ただし， $\hat{y}_i^t = \sum_{k=1}^K \hat{\omega}_i(k) f_i(t, k) + \hat{\varepsilon}_i$ ($t = 0, \dots, \bar{T}$) である．この確率密度関数 $\pi_i(\hat{y}_i)$ を解析的に求めることは困難であり，モンテカルロシミュレーションにより求める．すなわち， $\omega_i(1), \dots, \omega_i(K-1), \phi_i$ をそれぞれの事前確率密度関数であるディリクレ分布とガンマ分布よりランダム抽出するとともに， y_i^t を正規確率密度関数 $N(\sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k), \phi_i^{-1})$ よりランダム抽出することで地盤沈下量の確率分布を得る．

1.4.2 マルコフ劣化ハザードモデル

1 次モデルでは，地盤沈下パスのそれぞれに対して，航空機荷重，および温度変化により各コンクリート版内に発生する応力状態を 2 次元有限要素法モデルを用いて解析し，コンクリート版の累積疲労度を算定することにより，各コンクリート版の健全度の経年的な変化を予測することができる．このようなコンクリート舗装版の力学的予測の詳細に関しては参考文献⁵⁾を参照して欲しい．ここでは，1 次モデルを用いて，各メッシュ i の舗装劣化パス $g_i(t, k)$ が得られたことを念頭において議論を進める．ただし，劣化パス $g_i(t, k) = j$ はメッシュ i の地盤沈下パスが k の場合に実現する舗装健全度が j ($j = 1, 2, \dots, J$) であることを意味する．つぎに，時点 t から $t+1$ の間において生起するコンクリート舗装の健全度の推移確率を，マルコフ推移確率で表そう．コンクリート舗装の劣化過程は，地盤沈下過程の影響を受けるが，ここでは，期間 $[t, t+1)$ のマルコフ推移確率は，時点 t における地盤沈下量ベクトル $\mathbf{y}^t(k) = \{y_i^t(k) : i = 1, \dots, I\}$ に依存して定義され则认为する．このとき，地盤沈下パス k の下で定義されるマルコフ推移確率は，時点 t で評価された健全度 $h_i^t(\mathbf{y}^t(k)) = j$ を与件とし，次の時点 $t+1$ において健全度 $h_i^{t+1}(\mathbf{y}^t(k)) = l$ が生起する条件付確率

$$\begin{aligned} & \text{Prob}[h_i^{t+1}(\mathbf{y}^t(k)) = l | h_i^t(\mathbf{y}^t(k)) = j] \\ & = p_i^{j,l,t}(\mathbf{y}^t(k)) \end{aligned} \quad (1.6)$$

と定義できる．ただし，期間 $[t, t+1)$ 中は，地盤沈下量は $\mathbf{y}^t(k)$ のまま一定であると仮定する．以下，表記の簡便化のために，健全度を $h_i^t(k)$ と，推移確率を $p_i^{j,l,t}(k)$ と略記する．いま，説明の便宜上，あるメッシュ i の地盤沈下パス k に着目する．メッシュ i に対して，検査時点 t と $t+1$ の間で，健全度が j のまま推移しないマルコフ推移確率および，健全度が j から l ($l > j$) に推移するマルコフ推移確率 $p_i^{j,l}$ は，

$$p_i^{j,j} = \exp(-\lambda_i^j z) \quad (1.7)$$

$$p_i^{jl} = \sum_{v=j}^l \prod_{s=j}^{v-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s - \lambda_i^v} \prod_{s=v}^{l-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^{s+1} - \lambda_i^v} \exp(-\lambda_i^v z) \quad (j = 1, \dots, J-1; l = j+1, \dots, J) \quad (1.8)$$

と表すことができる⁴⁾．式中 λ^s は健全度 s に対する指数ハザード率である．ただし，表記上の規則として，

$$\begin{cases} \prod_{s=j}^{v-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s - \lambda_i^v} = 1 & (v = j \text{ の時}) \\ \prod_{s=v}^{l-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^{s+1} - \lambda_i^v} = 1 & (v = l \text{ の時}) \end{cases}$$

が成立すると考える．さらに，表記の便宜上，

$$\begin{aligned} & \prod_{s=j, s \neq v}^{l-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s - \lambda_i^v} \exp(-\lambda_i^v z) \\ &= \prod_{s=j}^{v-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s - \lambda_i^v} \prod_{s=v}^{l-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^{s+1} - \lambda_i^v} \exp(-\lambda_i^v z) \end{aligned}$$

と簡略化する．また， p_i^{jJ} に関しては，マルコフ推移確率の条件より次式で表せる．

$$p_i^{jJ} = 1 - \sum_{l=j}^{J-1} p_i^{jl} \quad (j = 1, \dots, J-1) \quad (1.9)$$

以上のように，多段階指数ハザード率で表現したマルコフ推移確率をマルコフ劣化ハザードモデル⁴⁾と呼ぶ．

1.4.3 マルコフ劣化モデルのベイズ推計

1 次モデルで作成した舗装劣化パスを用いて，マルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推計する方法を考える．マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推計に関しては参考文献⁷⁾を参照して欲しい．舗装劣化パス $g_i(t, k)$ 上の健全度情報の点列を $\mathbf{h}^{(k)} = \{h_i^t(k) : i = 1, \dots, I; t = 0, \dots, \bar{T}\}$ と表そう．舗装劣化パス k 上の連続する 2 つの時点 t と $t+1$ におけるメッシュ i の健全度の予測結果 $h_i^t(k), h_i^{t+1}(k)$ が得られている．2 つの時点における劣化推移パターン情報に基づいて，ダミー変数を

$$\delta_{i,t}^{jl}(k) = \begin{cases} 1 & h_i^t(k) = j, h_i^{t+1}(k) = l \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (1.10)$$

と定義する．さらに，施設の劣化速度に影響を及ぼすメッシュ i の構造特性や環境条件を表す特性ベクトルを $\mathbf{x}_i^t(k) = \{x_i^{t,1}(k), \dots, x_i^{t,Q}(k)\}$ と表す．ただし， $x_i^{t,q}(k)$ ($q = 1, \dots, Q$) は，舗装劣化パス k におけるメッシュ i の q 番目の説明変数の時点 t における計算値を表す．また，第 1 番目の説明変数は定数項に該当する変数であり，恒等的に $x_i^{t,1}(k) = 1$ が成立する．さらに，説明変数には，時点 t において予測された地盤沈下量 $y_i^t(k)$ ，曲率 $v_i^t(k)$ のデータも含まれている．

メッシュ i ($i = 1, \dots, I$) の舗装劣化パス k を指数ハザード率を用いて表現する。いま，舗装劣化パス k のハザード率 $\lambda_i^{j,t}(k)$ ($j = 1, \dots, J-1; i = 1, \dots, I; t = 0, \dots, \bar{T}$) を，メッシュ i の舗装劣化パス k における時点 t の特性ベクトル $\mathbf{x}_i^t(k)$ を用いて次式で表現する。

$$\lambda_i^{j,t}(k) = \mathbf{x}_i^t(k) \boldsymbol{\beta}^j \quad (1.11)$$

ただし，健全度 J はマルコフ連鎖の吸収状態であり， $p_i^{JJ,t}(k) = 1$ が成立するために $\lambda_i^{J,t}(k) = 0$ となる。ただし， $\boldsymbol{\beta}^j = (\beta^{j,1}, \dots, \beta^{j,Q})$ は未知パラメータ $\beta^{j,q}$ ($q = 1, \dots, Q$) によるベクトルである。また， $x_i^{1,1}(k) = 1$ より， $\beta^{j,1}$ は定数項を表す。

マルコフ推移確率は，式 (2.9) で示したように，各健全度におけるハザード率 $\lambda_i^{j,t}(k)$ ($j = 1, \dots, J-1; i = 1, \dots, I$) を含む。さらに，ハザード率はメッシュの特性ベクトル $\mathbf{x}_i^t(k)$ を用いて式 (2.7) で表現できる。また，推移確率は時系列データが予測された時間間隔 z にも依存する。これらのことを明示的に表すため推移確率 $p_i^{jl,t}(k)$ を説明変数ベクトル $\boldsymbol{\xi}_i^t(k) = (z, \mathbf{x}_i^t(k))$ と未知パラメータ $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}^1, \dots, \boldsymbol{\beta}^{J-1})$ の関数として $p_i^{jl,t}(\boldsymbol{\xi}_i^t(k); \boldsymbol{\beta})$ と表そう。この時，舗装劣化パスの劣化推移パターンの同時生起確率密度を表す尤度関数は次式で表される。

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\xi}|\boldsymbol{\beta}) = \prod_{j=1}^{J-1} \prod_{l=j}^J \prod_{i=1}^I \prod_{k=1}^K \prod_{t=0}^{\bar{T}} \left\{ p_i^{jl,t}(\boldsymbol{\xi}_i^t(k); \boldsymbol{\beta}) \right\}^{\delta_{i,t}^{jl}(k)} \quad (1.12)$$

ただし， $\boldsymbol{\xi} = \{\boldsymbol{\xi}_i^t(k) : i = 1, \dots, I; k = 1, \dots, K; t = 0, \dots, \bar{T}\}$ である。舗装劣化パス情報 $\boldsymbol{\xi}$ はすべて確定値であり，尤度関数は未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ の関数である。

いま， $\boldsymbol{\beta}^j$ の事前確率密度関数³⁵⁾が，多次元正規分布 $\mathcal{N}_Q(\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j)$ に従うと仮定する。Q 次元正規分布 $\mathcal{N}_Q(\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j)$ の確率密度関数は，

$$g(\boldsymbol{\beta}^j|\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{Q}{2}} \sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}^j|}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta}^j - \boldsymbol{\mu}^j) (\boldsymbol{\Sigma}^j)^{-1} (\boldsymbol{\beta}^j - \boldsymbol{\mu}^j)' \right\} \quad (1.13)$$

で与えられる。ただし， $\boldsymbol{\mu}^j$ は $\mathcal{N}_Q(\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j)$ の事前期待値ベクトル， $\boldsymbol{\Sigma}^j$ は事前分散共分散行列である。記号 $'$ は転置操作を表す。事後確率密度関数 $\psi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$ は，

$$\begin{aligned} \psi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi}) &\propto \mathcal{L}(\boldsymbol{\xi}|\boldsymbol{\beta}) \prod_{j=1}^{J-1} g(\boldsymbol{\beta}^j|\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j) \\ &\propto \prod_{j=1}^{J-1} \prod_{l=j}^J \prod_{i=1}^I \prod_{k=1}^K \prod_{t=0}^{\bar{T}} \left\{ \sum_{v=j}^l \prod_{s=j, s \neq v}^{l-1} \frac{\lambda_i^{s,t}(k)}{\lambda_i^{s,t}(k) - \lambda_i^{v,t}(k)} \right. \\ &\quad \left. \exp(-\lambda_i^{v,t}(k) z^k) \right\}^{\delta_{i,t}^{jl}(k)} \\ &\quad \cdot \prod_{j=1}^{J-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta}^j - \boldsymbol{\mu}^j) (\boldsymbol{\Sigma}^j)^{-1} (\boldsymbol{\beta}^j - \boldsymbol{\mu}^j)' \right\} \end{aligned} \quad (1.14)$$

となる。ギブスサンプリング法は，事後確率密度関数 $\psi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$ を直接求めることが難しい場合に，各パラメータの条件付き事後確率密度関数を用いて，反復的にパラメータ $\boldsymbol{\beta}$ の標本を乱数発生させることにより，事後分布からのパラメータ標本を獲得する方法である^{36), 39)}。

ここで再び，得られているデータを ξ ，未知パラメータを β と表そう．また， β から $\beta^{e,q}$ を除いた未知パラメータベクトルを $\beta^{-(e,q)}$ と表そう．この時，式 (1.14) より， $\beta^{-(e,q)}$ を既知とした時の $\beta^{e,q}$ の条件付き事後確率密度関数 $\psi(\beta^{e,q}|\beta^{-(e,q)}, \xi)$ は

$$\begin{aligned} & \psi(\beta^{e,q}|\beta^{-(e,q)}, \xi) \\ & \propto \prod_{j=1}^e \prod_{l=e}^J \prod_{i=1}^I \prod_{k=1}^K \prod_{t=0}^{\bar{T}} \left\{ (\beta^{e,q} x_q^{i,t}(k))^{\{\delta_{i,t}^{jl}(k) - \delta_{i,t}^{je}(k)\}} \right. \\ & \quad \cdot \sum_{v=j}^l \prod_{s=j, \neq v}^{l-1} \frac{1}{\lambda_i^{s,t}(k) - \lambda_i^{v,t}(k)} \exp(-\lambda_i^{v,t}(k) z^k) \left. \right\}^{\delta_{i,t}^{jl}(k)} \\ & \quad \cdot \exp \left\{ -\frac{\rho_{qq}^e}{2} (\beta^{e,q} - \hat{\mu}_q^e)^2 \right\} \\ & \quad \hat{\mu}_e^q = \mu_e^q + \sum_{h=1, \neq q}^Q (\beta^{e,h} - \mu_h^e) \rho_{hq}^e \end{aligned} \quad (1.15)$$

と表せる．ただし， $\delta_{i,t}^{je}(k)$ は，舗装劣化パス k 上の事前健全度 j とギブスサンプリングにおける事前健全度 e が一致した場合に 1 を，そうでない時に 0 となるダミー変数である． μ_q^e は事前期待値ベクトル μ^e の第 q 要素であり， ρ_{hq}^e は事前分散共分散行列 Σ^{e-1} の第 (h, q) 要素である．また， $\sum_{h=1, \neq q}^Q$ は 1 から Q までの要素のうち q を除いた要素の総和を意味する．これらの条件付き確率密度関数から標本を発生させ，その標本を用いてパラメータ β の事後分布に関する各種の統計量を計算することができる．ギブスサンプリングによる標本番号を n ($n = 1, \dots, \bar{n}$) で表そう．そのアルゴリズムは以下のように整理できる．

step1：初期パラメータ値 $\beta(0) = (\beta^{1,1}(0), \dots, \beta^{J-1,Q}(0))$ を与える． $n = 1$ とし，標本数 $\bar{n}$ を設定する．

step2： $\beta(n) = (\beta^{1,1}(n), \dots, \beta^{J-1,Q}(n))$ を次のように発生する．

$\psi(\beta^{1,1}|\beta^{-(1,1)}(n-1), \xi)$ から $\beta^{1,1}$ を乱数発生する．

$\psi(\beta_{1,2}|\beta^{-(1,2)}(n-1), \xi)$ から $\beta^{1,2}$ を乱数発生する．

...

$\psi(\beta_{e,q}|\beta^{-(e,q)}(n-1), \xi)$ から $\beta^{e,q}$ を乱数発生する．

...

$\psi(\beta_{J-1,M}|\beta^{-(J-1,M)}(n-1), \xi)$ から $\beta^{J-1,Q}$ を乱数発生する．

step3：十分大きな $\underline{n}$ に対して $n > \underline{n}$ ならば $\beta(n)$ を記録．

step4： $n = \bar{n}$ ならば計算終了． $n < \bar{n}$ ならば $n = n + 1$ として step 2 に戻る．

十分大きな $\underline{n}$ に対して，ギブスサンプリングが定常過程に到達している場合， $\beta(n)$ ($n = \underline{n} + 1, \underline{n} + 2, \dots, \bar{n}$) は，事後確率密度関数 $\psi(\beta|\xi)$ からの標本と見なすことができる．ギブスサンプリングを行うためには $(J-1) \times Q$ 個の条件付き事後確率密度関数 $\psi(\beta^{e,q}|\beta^{-(e,q)}, \xi)$ ($e = 1, \dots, J-1, q = 1, \dots, Q$) を求めることが必要となる．

1.4.4 ベイズ統計量

パラメータ標本を $\beta(n)$ ($n = 1, \dots, \bar{n}$) と表そう． $\beta(n) = (\beta^1(n), \dots, \beta^{J-1}(n))$ である．このうち，最初の $\underline{n}$ 個の標本は収束過程からの標本と考え，標本集合から除去する．その上で，パラメータの標本添字集合を $\mathcal{M} = \{\underline{n}+1, \dots, \bar{n}\}$ と定義する．なお， $\underline{n}$ の設定に関しては Geweke 検定によりサンプリング過程から定常状態に達しているか否かを検定することで決定できる^{6), 39)}．このとき，パラメータ β の同時確率分布関数 $G(\beta)$ は

$$G(\beta) = \frac{\#\{\beta(n) \leq \beta, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (1.16)$$

と表すことができる．ただし， $\#\{\beta(n) \leq \beta, n \in \mathcal{M}\}$ は論理式 $\beta(n) \leq \beta, n \in \mathcal{M}$ が成立するパラメータ標本の総数である．また，パラメータ β^j の事後分布の期待値ベクトル，分散・共分散行列 $\tilde{\Sigma}^j(\beta^j)$ は，それぞれ

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}^j(\beta^j) &= (\tilde{\mu}(\beta^{j,1}), \dots, \tilde{\mu}(\beta^{j,Q}))' \\ &= \left(\sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\beta^{j,1}(n)}{\bar{n} - \underline{n}}, \dots, \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\beta^{j,Q}(n)}{\bar{n} - \underline{n}} \right)' \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$\tilde{\Sigma}^j(\beta^j) = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}^2(\beta^{j,1}) & \dots & \tilde{\sigma}(\beta^{j,1}\beta^{j,Q}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}(\beta^{j,Q}\beta^{j,1}) & \dots & \tilde{\sigma}^2(\beta^{j,Q}) \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

と表される．ただし，次式が成立する．

$$\tilde{\sigma}^2(\beta^{j,q}) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\{\beta^{j,q}(n) - \tilde{\mu}(\beta^{j,q})\}^2}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (1.19)$$

$$\begin{aligned} &\tilde{\sigma}(\beta^{j,q}\beta^{j,r}) \\ &= \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\{\beta^{j,q}(n) - \tilde{\mu}(\beta^{j,q})\}\{\beta^{j,r}(n) - \tilde{\mu}(\beta^{j,r})\}}{\bar{n} - \underline{n}} \end{aligned} \quad (1.20)$$

1.5 ベイズ更新モデル(3次モデル)

1.5.1 混合地盤沈下モデルのベイズ更新

いま，空港供用後，時間が経過し，時点 T に到達したと考える．さらに，各平面メッシュの地盤沈下量と舗装健全度を継続的にモニタリングすることにより，メッシュ i の地盤沈下量，舗装健全度に関するモニタリング情報 $\tilde{y}_i^{0,T} = \{\tilde{y}_i^0, \dots, \tilde{y}_i^T\}$, $\tilde{h}_i^{0,T} = \{\tilde{h}_i^0, \dots, \tilde{h}_i^T\}$ ($i = 1, \dots, I$) が得られたと考える．さらに，全メッシュの時点 T までの地盤沈下量，舗装健全度に関するモニタリング情報ベクトルを，それぞれ $\tilde{y}^{0,T}$, $\tilde{h}^{0,T}$ と表す．これらのモニタリング情報を用いて，2次モデルをベイズ更新することにより，3次モデルを作成することができる．

ここで，重みベクトル ω_i を与件とし，確率誤差項のみが確率変数と考える．確率誤差項の分散の逆数 ϕ も与件とする．モニタリング結果 $\bar{y}_i^{0,T}$ が観測される尤度は，

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}(\bar{y}_i^{0,T} | \omega_i, \phi_i) \\ & \propto \prod_{t=0}^T \phi_i^{1/2} \exp \left[-\frac{\phi_i}{2} \left\{ \bar{y}_i^t - \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k) \right\}^2 \right] \end{aligned} \quad (1.21)$$

と表される．つぎに，1.4.1 と同様に， ω_i の事前確率密度関数が，ディリクレ分布，分散の逆数 ϕ_i がガンマ分布に従うと考える．この時， $\omega_i, \phi_i (= \sigma_i^{-2})$ の事後分布は，

$$\begin{aligned} & \pi(\omega_i, \phi_i | \bar{y}_i^{0,T}) \\ & \propto \mathcal{L}(\bar{y}_i^{0,T} | \omega_i, \phi_i) D(\omega_i | \alpha^{(0)}) g(\phi_i | \beta^{(0)}, \gamma^{(0)}) \\ & \propto \phi_i^{\beta^{(0)} + (T-1)/2} \exp \left[-\phi_i \left\{ \gamma^{(0)} + \frac{1}{2} \sum_{t=0}^T \left(\bar{y}_i^t - \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k) \right)^2 \right\} \right] \prod_{k=1}^K \omega_i(k)^{\alpha_k^{(0)} - 1} \end{aligned} \quad (1.22)$$

となる．ここで 1.4.3 で言及したギブズサンプリングを用いて，再度パラメータ ω_i, ϕ_i の標本を事後確率密度関数から抽出することができる．なお，事前確率密度関数の分布形については，ディリクレ分布はベータ分布を多変量に拡張した分布であり，ガンマ分布とともに指数分布族であること，解析的な取り扱いが容易になること，負値を取らないために ω_i, ϕ_i の定義域と整合的である等，望ましい性質を有することを考慮して決定した．

1.5.2 マルコフ劣化モデルのベイズ更新

2 次モデルの推計に用いたデータ ξ と時点 T までのモニタリング情報 $\bar{\xi}^{0,T}$ をプールしたデータセットを用いて，マルコフ劣化モデルをベイズ更新する．1.4.3 で言及したように，2 次モデルの推計には 1 次モデルで計算した地盤沈下パス，舗装劣化パスのデータを用いている．すなわち，それぞれのサンプルパス k に対して，舗装健全度データ $\{h_i^t(k) : t = 0, \dots, \bar{T}\}$ と説明変数ベクトル $\xi_i(k) = \{(z, \mathbf{x}_i^t(k)) : t = 0, \dots, \bar{T}\}$ を定義し，これらのデータを用いて 2 次モデルを推計した．一方，空港供用後には，舗装健全度，地盤沈下量に関する実測値を得ることができる．これらのモニタリング情報を用いて，舗装健全度データ $\{\bar{h}_i^t : t = 0, \dots, T\}$ と説明変数ベクトル $\bar{\xi}_i = \{(\bar{z}, \bar{\mathbf{x}}_i^t(k)) : t = 0, \dots, T\}$ を定義できる．ここに，記号「 $\bar{\cdot}$ 」は，実測値を用いて，データベースを作成していることを意味している．これらのデータをプールした新しいデータセット $(\bar{\xi}^{0,T}, \xi)$ を定義する．その上で，新しい添え字 r を用いて，データセットに含まれる健全度，説明変数ベクトルの組を $\{h_i^r, (z, \mathbf{x}_i^r)\}$ ($r = 1, \dots, \bar{R}$) と再定義する． $\bar{R}$ は，プール後のデータ数を表す．ベイズ更新を行った後の未知パラメータベクトルの事後密度関数 $\psi(\beta | \bar{\xi}^{0,T}, \xi)$ は

$$\psi(\beta | \bar{\xi}^{0,T}, \xi) \propto \mathcal{L}(\bar{\xi}^{0,T}, \xi | \beta) \prod_{j=1}^{J-1} g(\beta^j | \mu^j, \Sigma^j) \quad (1.23)$$

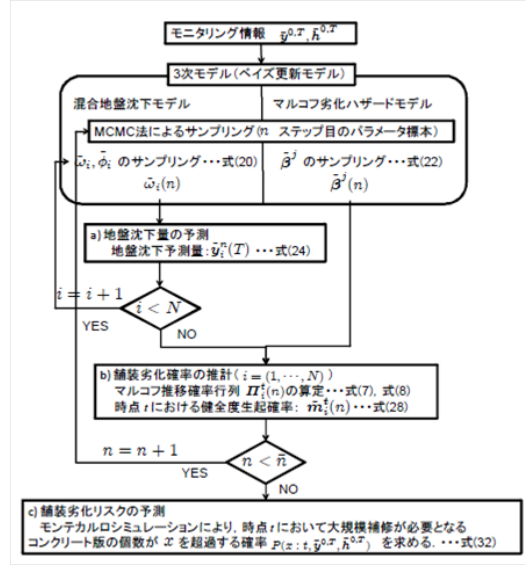


図-1.3 ベイズ予測の手順

と表すことができる．ここに， $\mathcal{L}(\bar{\xi}^{0,T}, \xi | \beta)$ は，1 次モデルの計算結果と時点 T までのモニタリング情報の双方をプールしたデータセットを用いて定義される尤度関数である．一方， $g(\beta^j | \mu^j, \Sigma^j)$ は，それぞれ設計段階のベイズ推計時に用いた β^j の事前分布である．したがって，ベイズ更新後の事後分布は

$$\begin{aligned} \psi(\beta | \bar{\xi}^{0,T}, \xi) &\propto \prod_{j=1}^{J-1} \prod_{l=j}^J \prod_{i=1}^I \left[\prod_{r=1}^{\bar{R}} \right. \\ &\quad \left. \left\{ \sum_{v=j}^l \prod_{s=j, \neq v}^{l-1} \frac{\tilde{\lambda}_i^s(r)}{\tilde{\lambda}_i^s(r) - \tilde{\lambda}_i^v(r)} \exp(-\tilde{\lambda}_i^v(r)z) \right\}^{\delta_i^{jl}(r)} \right] \\ &\quad \cdot \prod_{j=1}^{J-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\beta^j - \mu^j) (\Sigma^j)^{-1} (\beta^j - \mu^j)' \right\} \end{aligned} \quad (1.24)$$

となる．ただし， $\tilde{\lambda}_i^s(r)$ はモニタリング情報を用いてベイズ更新されたハザード率， $\delta_i^{jl}(r)$ は隣接する 2 つの時点の健全度データに対して $h_i^r = j, h_i^{r+1} = l$ のときに 1，そうでないときに 0 となるダミー変数である．マルコフ劣化モデルに関しても 1.4.3 で述べた方法を用いて，パラメータ ω_i, ϕ_i の標本を事後確率密度関数から抽出する．MCMC 法により抽出したパラメータ標本を $\tilde{\beta}(n)$ ($i = 1, \dots, I; n = \underline{n}, \dots, \bar{n}$) と表す．

1.5.3 舗装劣化に関するベイズ予測

いま，空港供用時点から，現在時点までのモニタリング情報 $\bar{y}^{0,T}, \bar{h}^{0,T}$ を用いて，時点 T 以降の各時点におけるコンクリート版の健全度分布をベイズ予測する問題を考える．さらに，MCMC 法によって求めた地盤沈下モデルのパラメータ標本を $\tilde{\omega}^i(n)$ ，舗装劣化モデルのパラメータ標本を $\tilde{\beta}^j(n)$ と表そう．ただし， n は MCMC 法によるステップ番号を表し， $n = \underline{n} + 1, \dots, \bar{n}$ のパラメータ標本をベイズ予測に用いる．ベイズ予測は，図-1.3 に示すよう

に，2 次モデルのベイズ更新と並行して行われる．いま，2 次モデルのベイズ更新が行われ， n ステップ目のパラメータ標本 $\tilde{\omega}^i(n)$ ， $\tilde{\beta}^j(n)$ が得られた場合を考える．ベイズ予測は以下の手順で実施される．

地盤沈下量の予測

時点 T 以降の地盤沈下予測を試みる．本ステップでは，時点 T における混合地盤モデルのベイズ更新により作成したパラメータ標本 $\tilde{\omega}_i(n)$ を用いて，メッシュ i ($i = 1, \dots, I$) の地盤沈下量予測量 $\tilde{y}_i(T, n) = \{\tilde{y}_i^{T+1, n}, \dots, \tilde{y}_i^{\tilde{T}, n}\}$ を出力する．ただし， $\tilde{y}_i^{t, n}$ は，重み標本 $\tilde{\omega}_i(n)$ を用いて時点 t ($t > T$) の平面メッシュ i の地盤沈下量を予測した結果である．時点 T の地盤沈下量の実測値 $\tilde{y}_i^T$ と重み標本 $\tilde{\omega}_i^n(k)$ を与件とすれば，時点 T における混合地盤沈下モデルの予測残差 $\xi_i^T(n)$ は

$$\xi_i^{T, n} = \tilde{y}_i^T - \sum_{k=1}^K \tilde{\omega}_i^n(k) f_i(T, k) \quad (1.25)$$

と表される．重み標本 $\tilde{\omega}_i^n$ を与件とすれば，時点 T 以降の時点 t ($t > T$) における予測値 $\tilde{y}_i^t(T)$ は，次式で示す混合地盤沈下モデルで表される．

$$\tilde{y}_i^{t, n}(T) = \sum_{k=1}^K \tilde{\omega}_i^n(k) f_i(t, k) + \xi_i^n \quad (1.26)$$

以上の手順を経て，地盤沈下量予測量 $\tilde{y}_i^n(T)$ を得る．この時，時点 T において地盤沈下量 $\tilde{y}_i^T$ を観測した場合に，それ以降の時点 t ($t > T$) における地盤沈下量 $\tilde{y}_i^t(T)$ に関する確率分布関数 $H_i(\tilde{y}_i|t, \tilde{y}_i^T)$ は次式で表される．

$$H_i(\tilde{y}_i|t, \tilde{y}_i^T) = \frac{\#\{\tilde{y}_i^{t, n}(T) \leq \tilde{y}_i, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (1.27)$$

舗装劣化確率の推計

以上で求めた地盤沈下量予測量 $\tilde{y}_i^n(T)$ と，マルコフ劣化モデルのパラメータ標本ベクトル $\tilde{\beta}^j(n)$ を用いて，舗装劣化パスを発生する．パラメータ標本ベクトル $\tilde{\beta}^j(n)$ を与件とすれば，指数ハザードモデルは

$$\tilde{\lambda}_i^{j, t}(n) = \tilde{x}_i^t(n) \tilde{\beta}^j(n) \quad (1.28)$$

と表される．ただし， $\tilde{x}_i^t(n)$ は，時点 t における地盤沈下量予測量 $\tilde{y}_i^n(T)$ を用いて定義された説明変数ベクトルである．地盤沈下が継続すれば，説明変数の値は時間とともに変化する．指数ハザードモデル $\tilde{\lambda}_i^{j, t}(n)$ が求まれば，マルコフ劣化モデル (1.8) を用いて，期間 $[t, t+1)$ 中に生起する舗装劣化過程をマルコフ推移行列 $\Pi^t(n)$ で定義できる．ここでは，パラメータ標本 n に依存していることを明示的に表すため添え字 n が用いられている．いま，

任意の時点 $t \geq T$ における，メッシュ i の健全度 j の生起確率を $\tilde{m}_i^{j,t}(n)$ と表す．ただし， $\sum_{j=1}^J \tilde{m}_i^{j,t}(n) = 1$ が成立する．現在時点 T において，着目しているメッシュ i の健全度が j であれば，時点 T における生起確率は，

$$\tilde{\mathbf{m}}_i^{j,T}(n) = (0, \dots, 1, \dots, 0) \quad (1.29)$$

と表される．上式では，第 j 番目の要素のみが 1 となっている．この時，将来時点 t における健全度生起確率 $\tilde{\mathbf{m}}_i^t(n) = \{\tilde{m}_i^{1,t}(n), \dots, \tilde{m}_i^{J,t}(n)\}$ は，マルコフ推移確率行列 $\tilde{\Pi}_i$ を用いて，次式で表される．

$$\tilde{\mathbf{m}}_i^t(n) = \tilde{\mathbf{m}}_i^T(n) \Pi_i^T(n) \cdots \Pi_i^{t-1}(n) \quad (1.30)$$

各平面メッシュの現時点以降における健全度生起確率の流列 $\{\tilde{\mathbf{m}}_i^T(n), \tilde{\mathbf{m}}_i^{T+1}(n), \dots, \tilde{\mathbf{m}}_i^{\bar{T}}(n)\}$ が得られる．

舗装劣化リスクの予測

空港舗装マネジメントの観点からは，個々の舗装版ごとの劣化過程を予測するだけでなく，将来時点において発生するライフサイクル費用リスクを評価することが重要である．このためには，将来時点 $t \geq T$ において，合計 I 個の平面メッシュの中で，あらかじめ設定した管理水準を達成できない平面メッシュの個数分布を求めることが必要となる．その結果，各メッシュの時点 t における健全度分布 $\tilde{\mathbf{m}}_i^t(n)$ を求めることができる．

いま，管理水準を j^* と表す．さらに，地盤沈下サンプル n において，時点 t にメッシュ i の健全度が管理水準を満足しない確率（以下，非達成確率と呼ぶ）は

$$q_i^t(n) = \sum_{j=j^*}^J m_i^{j,t}(n) \quad (1.31)$$

と表せる．平面メッシュ全体にわたる非達成確率ベクトルを $\mathbf{q}^t(n) = (q_1^t(n), \dots, q_I^t(n))$ と表そう．いま，メッシュ i において，1) 管理水準を満足する，2) 管理水準を満足しない，という状態変数を定義し，それぞれの状態が確率 $1 - q_i^t(n)$ ， $q_i^t(n)$ で生起すると考える．さらに，各メッシュから，ランダムに 1 つずつサンプルを取り出すような試行を M 回繰り返す．第 m ($m = 1, \dots, M$) 回目の試行におけるメッシュ i のサンプルの状態変数を

$$t_i^{t,m}(n) = \begin{cases} 0 & \text{管理水準を満足するとき} \\ 1 & \text{管理水準を満足しないとき} \end{cases} \quad (1.32)$$

と表す．この時，時点 t において， I 個のメッシュの中で管理水準を満足しないメッシュの個数が x となる確率 $\text{Prob}^n(x: t, \bar{\mathbf{y}}^{0,T}, \bar{\mathbf{h}}^{0,T})$ は，

$$\begin{aligned} & \text{Prob}^n(x: t, \bar{\mathbf{y}}^{0,T}, \bar{\mathbf{h}}^{0,T}) \\ &= \frac{\#\{m | \sum_{i=1}^M t_i^{t,m}(n) = x\}}{M} \end{aligned} \quad (1.33)$$

と表せる．記号 $\#\{\cdot\}$ は，集合 $\{\cdot\}$ に含まれる要素数を表す．任意の x ($x = 0, 1, 2, \dots$) に対して，式 (1.33) を用いて確率 $\text{Prob}^n(x: t, \bar{\mathbf{y}}^{0,T}, \bar{\mathbf{h}}^{0,T})$ を求めることにより，将来時点 $t > T$ において大規模補修が必要となるコンクリート舗装版数 x の確率分布を求めることができる．ただし，このように求めた確率分布は，地盤沈下パス n に対して定義されている．そこで，時点 T を起点とする地盤沈下パスのそれぞれに対して，確率 $\text{Prob}^n(x: t, \bar{\mathbf{y}}^{0,T}, \bar{\mathbf{h}}^{0,T})$ を求め，それらを平均化したような確率分布（以下，大規模補修個数分布と呼ぶ）を求める．将来時点 $t > T$ において，大規模補修が必要となるコンクリート版の個数が x となる確率 $P(x: t, \bar{\mathbf{y}}^{0,T}, \bar{\mathbf{h}}^{0,T})$ は

$$P(x: t, \bar{\mathbf{y}}^{0,T}, \bar{\mathbf{h}}^{0,T}) = \frac{\sum_{n=\bar{n}+1}^{\bar{n}} \text{Prob}^n(x: t, \bar{\mathbf{y}}^{0,T}, \bar{\mathbf{h}}^{0,T})}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (1.34)$$

と表すことができる．

1.6 適用事例

1.6.1 適用事例の概要

本研究では，臨海部空港である H 空港を適用事例としてとりあげる．同空港では，近距離国際旅客便の就航と深夜早朝時間帯を利用した国際貨物便就航を目的とし，エプロンを含む基本施設その他，空港保安施設，付帯施設，構内道路・駐車場および緑地の設計，施工から維持管理までを対象とした PFI 事業を実施している．中でも，エプロン部は，航空機が駐機するエリアであり，高い耐流動性および耐油性が求められることからコンクリート舗装が適用されている．同エプロンは，軟弱地盤上に位置しており，地盤の不同沈下によるコンクリート舗装の疲労劣化が問題となる．劣化予測においては，30 年を目標計画期間とする．エプロン部に位置する $825\text{m} \times 400\text{m}$ の範囲をとりあげ，一辺が $25.5\text{m} \times 25.5\text{m}$ の合計 528 個の平面メッシュに分割した．

1.6.2 2 次モデルの作成

まず，1 次モデルで各メッシュごとに 20 本の地盤沈下パス（図-1.4 参照）を発生し，混合地盤沈下モデルを推計した．1 次モデルで求めたパスは，互いに強い相関関係にある．そこで，多重共線性を避けるため，20 本の地盤沈下パスの中で予測沈下量の上限值と下限値を規定する 2 本のパスを用いた．図-1.4 に示すように，地盤沈下パスの中で，もっとも上方に位置するサンプルパスをパス α ，下方に位置するサンプルパスをパス β と呼ぶ．すべての平面メッシュに対して，2 つの地盤沈下パスを採用することにより，混合地盤沈下モ

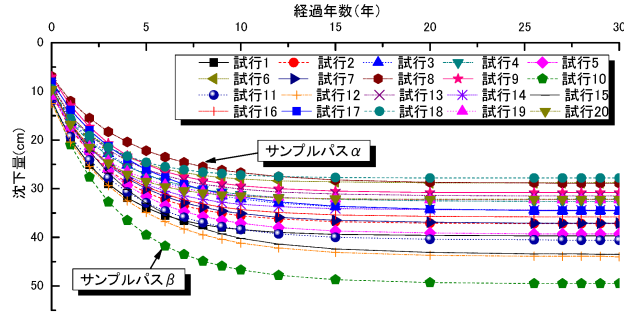


図-1.4 地盤沈下パス ($i = 73$)

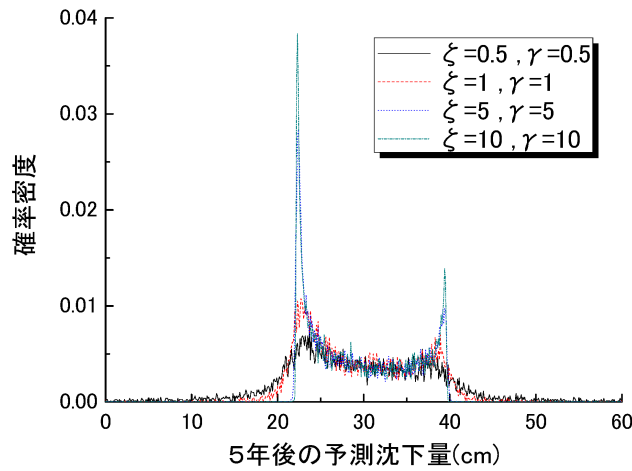


図-1.5 5年後の予測沈下量の分布

デルは

$$\hat{y}_i^t = \sum_{k=1}^2 \omega_i(k) f_i(t, k) + \varepsilon_i \quad (1.35)$$

と特定化できる．図-1.5 は，平面メッシュ $i = 73$ をとりあげ，5 年後の地盤沈下量を予測した結果である．図-1.5 に示すように，式 (2.4) の分散パラメータ $\phi_i = \sigma_i^2$ が従うガンマ分布の定数パラメータ ζ, γ の値を増大させると，予測沈下量はより狭い範囲に分布する．一方， ζ, γ の値を減少させると，予測沈下量はより広い範囲に分布する．

つぎに，1 次モデルで得られた舗装劣化パス（図-1.6 参照）を用いてマルコフ劣化モデルを推計した．その際，舗装の離散的な劣化状態を，ひび割れ密度に基づく 5 段階の健全度で評価した（表-1.1）．また，説明変数として航空機交通量，地盤沈下量，舗装地盤の曲率，コンクリートの曲げ強度，版厚などが考えられる．このうち，曲げ強度，版厚に関しては，すべての平面メッシュで共通した値をとる．そこで，本適用事例では，説明変数として航空機交通量，地盤沈下量，舗装地盤の曲率という 3 つの説明変数を採用することとした．1

表-1.1 5段階レーティング評価基準

健全度	区分	ひび割れ度 (cm/m ²)
1	A	1.1 未満
2	B1	1.1 ~ 4.4
3	B2	4.4 ~ 7.8
4	B3	7.8 ~ 11.1
5	C	11.1 以上

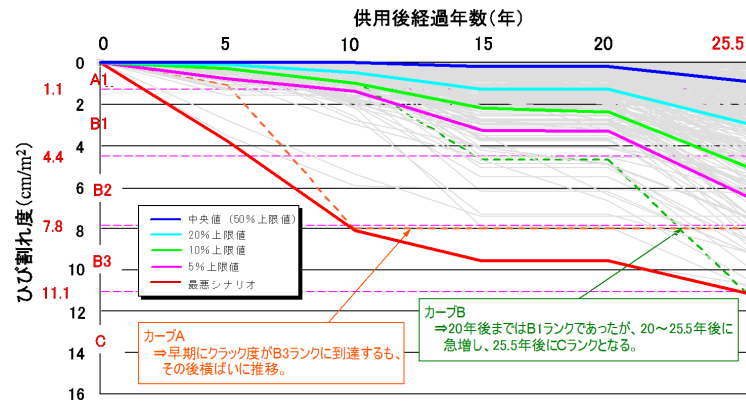


図-1.6 舗装劣化パス

次モデルで得られた計算結果を用いて，ギブスサンプリング法により指数ハザードモデルをベイズ推計した．その際，ギブスサンプリング過程が定常状態に到達することを保証するために $n = 3,000$ に設定し，残りの 10,000 個のパラメータ標本を用いてパラメータ推計を試みた．さらに，上記の 3 つの説明変数を組み合わせた計算ケースを想定し，多段階指数ハザードモデルのパラメータ値を推計した．パラメータ推計値の符号条件を検討した結果，最終的に航空機交通量，曲率という 2 つの説明変数が選択された．すなわち，本適用事例で採用した指数ハザード関数は，

$$\lambda_i^{j,t}(k) = \exp \left\{ \beta^{j,1} + \beta^{j,2} x_i^{t,2} + \beta^{j,3} x_i^{t,3}(k) \right\} \quad (1.36)$$

と表される．ここに， $x_i^{t,2}, x_i^{t,3}(k)$ は，平面メッシュ i の期間 t における航空機交通量，不同沈下により発生する曲率を表している．以下， $\boldsymbol{\beta}^j = (\beta^{j,1}, \beta^{j,2}, \beta^{j,3})$ と表記する．表-1.2 には，マルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推計した結果（パラメータの標本平均）とサンプリングの定常性を検定する Geweke 検定統計量³⁹⁾を示す．Geweke 検定統計量はいずれも 1.96 を下回っており，有意水準 5% で収束仮説を棄却できない．また，表-1.3 に，多段階指数ハザードモデルを用いて推計した，メッシュ ($i = 73$) のマルコフ推移確率を示している．

地盤沈下過程が異なれば，各期における舗装版の曲率が異なり，それと対応して舗装の劣化過程も時間の経過に伴って変化していく．供用開始時点 $t = 0$ において，各メッシュの健全度は全て 1 であり，生起確率の初期値は，

$$\mathbf{m}_i^0 = (1, 0, 0, 0, 0) \quad (1.37)$$

表-1.2 2 次モデルの推計結果

健全度 j	定数項 $\beta^{j,1}$	交通量 $\beta^{j,2}$	曲率 $\beta^{j,3}$
1	-2.811 (1.208)	0.7355 (1.337)	6.527 (0.1604)
2	-2.317 (0.7316)	0.1038 (0.7013)	3.715 (0.3895)
3	-1.481 (0.1189)	- (0.7398)	0.9778 (0.7398)
4	-1.721 (0.8841)	- (0.8841)	- (0.8841)

注) 括弧内は Geweke 検定統計量を表す。また、交通量は時点 $t=30$ における交通量を、曲率は当該サンプルにおける曲率の最大値を 1 として基準化している。

表-1.3 時点 $t=0$ におけるマルコフ推移確率の検討結果

健全度	1	2	3	4	5
1	0.9878	0.0121	0.0001	0.0000	0.0000
2	0	0.9804	0.0192	0.0004	0.0000
3	0	0	0.9555	0.0437	0.0008
4	0	0	0	0.9649	0.0351
5	0	0	0	0	1

となる。このとき、任意の時点 t における健全度生起確率 $\mathbf{m}_i^t = (m_i^{1,t}, \dots, m_i^{J,t})$ は、式 (1.30) において $T=0$ に設定することにより評価できる。図-1.7 には、以上の方法を用いて、平面メッシュ $i=73$ の健全度生起確率の経年的な変化パターンを予測した結果を表している。

1.6.3 ベイズ更新モデル (3 次モデル)

まず、供用開始後、5 年間のモニタリング情報に基づいて、混合地盤沈下モデルをベイズ更新する問題を取りあげる。ただし、現時点で空港施設は供用されていないため、ここでは仮想的にモニタリング情報を設定する。図-1.8 には、528 個の平面メッシュの中から、事例として選択したメッシュ ($i=73$) をとりあげ、1 次モデルで作成したサンプルパス、2 次モデルで求めた期待値パスを示している。また、当該平面メッシュにおいて、空港供用後 5 年間にわたる地盤沈下過程を、仮想的に図中の●印で示すように与える。当該メッシュにおいては、仮想モニタリング情報で示した地盤沈下過程は、期待サンプルパスよりも下方に位置しており、地盤沈下速度が期待値パスよりも大きい状況を想定している。空港供用後 5 年後を現在時点と考え、5 年間のモニタリング情報を用いて 3 次モデルをベイズ推計した結果を表-1.4 に示す。同表には、混合地盤沈下モデルの重み $\omega_{73}(1)$, $\omega_{73}(2)$ と分散パラメータ ϕ_{73} の期待値、95%信頼区間、および Geweke 検定統計量³⁹⁾ のベイズ更新結果を示

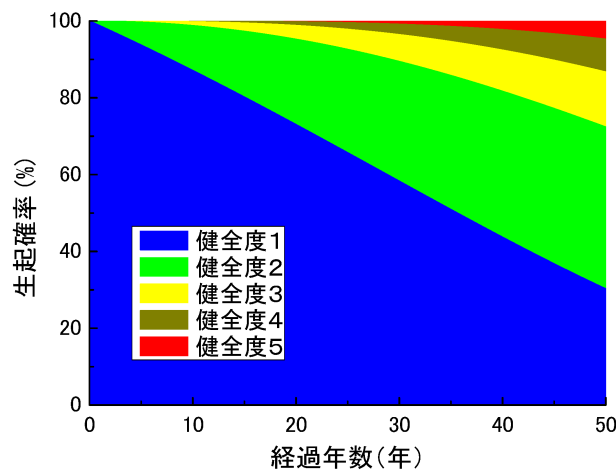


図-1.7 健全度生起確率の経年変化

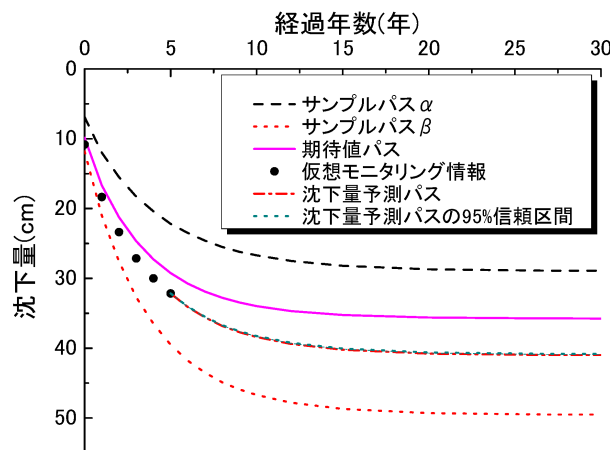


図-1.8 地盤沈下量のモニタリング情報

している．推計結果より，重みの合計は1となっており，制約条件式(1.2)を満足している．また，重み $w_{73}(1)$ の期待値が大きくなっているが，これは仮想モニタリング情報が期待値パスより下方に位置しているためであり，必然的な結果といえる．つぎに，5年度にベイズ更新された混合地盤沈下モデルを用いて，6年度以降の地盤沈下パスを予測した結果を図-1.8に示す．前述したように，実績パスとして，期待値パスよりも沈下速度が大きいパスを仮想的に設定している．したがって，経過年数30年の時点での予測沈下量の期待値が38.11cmとなり，期待値パスの35.75cmよりも大きくなっている．供用後30年度における95%信頼区間の下限は37.99cm，上限は38.22cmであり，ベイズ更新の結果，混合地盤沈下モデルの推計精度が向上し，より正確な地盤沈下リスクの管理が可能になる．

つぎに，マルコフ劣化モデルのベイズ更新を試みる．供用開始後，5年間にわたって地盤沈下過程とコンクリート舗装の劣化過程に関するモニタリング情報が得られたと仮定す

表-1.4 混合地盤沈下モデルの推計結果

パラ メータ	期待値	95%信頼区間		Geweke 検 定統計量
$\omega_{73}(1)$	0.385	0.359	0.411	-1.59E-02
$\omega_{73}(2)$	0.615	0.589	0.641	1.59E-02
ϕ_{73}	6.83	1.83	15.07	-3.51E-02

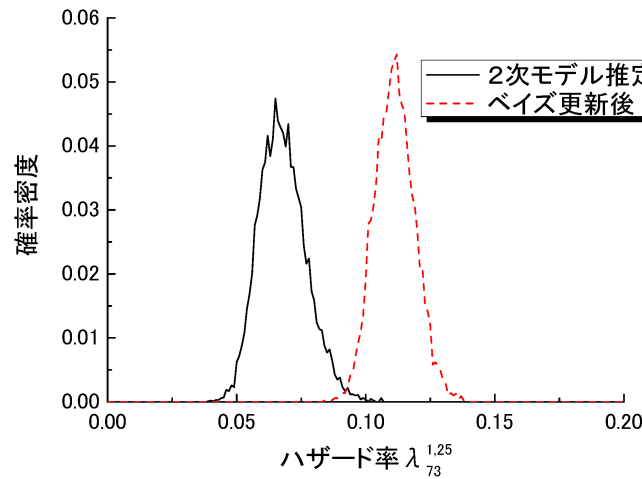


図-1.9 ハザード率 $\lambda_{73}^{1,25}$ の分布

る．現時点では，コンクリート舗装の劣化過程に関するモニタリング情報が存在しないため，仮想的なモニタリング情報を以下の方法で作成した．すなわち，地盤沈下過程に関しては，図-1.8 の●印に示すように，全メッシュにわたって地盤沈下量が期待値パスに対して一律に大きくなるようなサンプルパスを想定する．その上で，地盤沈下サンプルパスを入力情報として，コンクリート舗装のハザード率 $\lambda_i^{j,t}$ を算定した．この時，コンクリート舗装の劣化過程は，式 (1.30) を用いて記述される．その上で，式 (1.30) に従う確率過程の中からサンプルパスを発生した．以上のように作成したモニタリング情報を追加情報として，式 (1.24) に基づいてマルコフ劣化モデルのベイズ更新を試みた．ベイズ更新の時点が $t=5$ であるため，この時点ではコンクリート舗装の劣化がそれほど進展していない．そのため，舗装健全度 1 のハザード率を除いてほとんど更新されていない．図-1.9 は，以上のようにベイズ更新した多段階指数ハザードモデルを用いて，メッシュ ($i=73$) の時点 $t=25$ におけるハザード率 $\lambda_{73}^{1,25}$ を予測した結果を示している．ベイズ更新を行うことにより，ハザード率の分散が小さくなり，予測精度が向上している．地盤沈下過程が当初の期待値パスより早く進行しているため，ハザード率の分布が当初の分布より大きくなる方向へ修正されている．最後に，ベイズ更新後，時点 $t=25$ において大規模補修が必要となる舗装版の枚数の確率分布を，式 (1.34) を用いて導出した結果を図-1.10 に示す．同図には，設計段階で予測した確率分布と，5 年間のモニタリング情報を用いてベイズ更新された確率分布

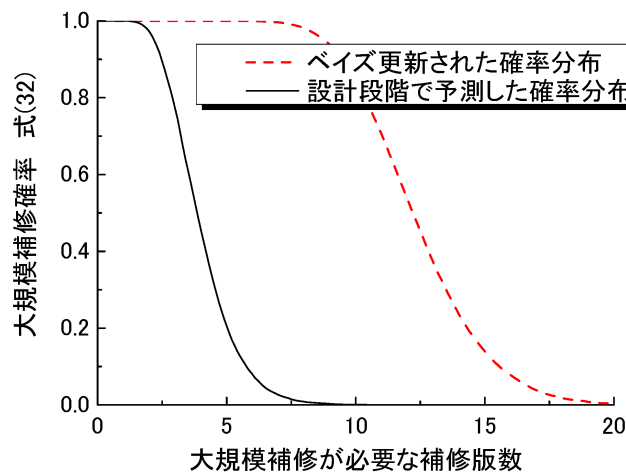


図-1.10 舗装劣化リスク予測リスク

が併記されている．地盤沈下過程が設計時に予測した期待値パスより早く進行するシナリオを想定しているため，大規模補修が必要となる補修版数は設計時の予測結果よりも増加する方向に補正されている．軟弱地盤上の空港施設の場合，地盤沈下過程に不確実性が介在するために，地盤沈下過程の実績がコンクリート舗装の劣化過程に多大な影響を及ぼす可能性がある．このため，地盤沈下過程，コンクリート版の劣化過程に関するモニタリング情報に基づいて，コンクリート舗装の劣化過程の予測結果を逐次更新し，より精緻なリスク評価を行うことが必要であることが理解できる．

1.7 おわりに

空港コンクリート舗装のアセットマネジメントでは，1) 劣化過程に多大な不確実性が介在する，2) 劣化過程に関するデータの蓄積が十分ではない，という特徴がある．本研究では，これらの課題に対応するために，地盤沈下と舗装劣化を表現した力学的劣化モデル（1次モデル）と統計的劣化モデル（2次），さらには統計的劣化モデルの更新（3次）という3つのモデルをベイズ統計学の枠組みの中で合成したハイブリッド劣化モデルを提案した．さらに，現実の空港舗装マネジメントを対象とした適用事例を用いて，提案した方法論の有効性を実証的に検討した．提案した方法論は，十分な実用性を有するものとするが，今後いくつかの課題が残されている．第1に，本研究の適用事例では，モニタリング情報を人工的に作成することによりベイズ更新を試みた．今後，継続的なモニタリング情報を蓄積し，ハイブリッド劣化モデルのベイズ更新の有効性を検証することが必要である．第2に，開発したハイブリッド劣化モデルを用いて，最適補修戦略を求めるための計画モデルを開発することが必要である．特に，PFI事業により空港コンクリート舗装マネジメントを実施する場合，事業権契約に盛り込まれた性能規定を満足することが必要である．そ

のためには、ライフサイクル費用リスクを評価するとともに、地盤沈下モデル、舗装劣化モデルのベイズ更新過程を導入したマルコフ決定過程に関する研究が必要となる。第3に、地盤沈下過程が1次元モデルの予測結果と大幅に乖離し、混合地盤沈下モデルの予測精度が著しく低下する場合、1次元圧密モデルの妥当性を検討することが必要となる。PFI事業権契約において、発注者が地盤リスクを負担すべき場合、1次元モデルの修正が必要となった段階でPFI事業権契約の設計変更が必要となる。この場合、新しい1次元モデルの作成とハイブリッド劣化モデルの再構築が必要となる。最後に、本研究で提案したベイズ更新モデルは、モニタリング情報に基づいて設計段階における予測結果をベイズ更新するための方法論を提案したものである。このようなベイズ更新モデルは、空港舗装マネジメント問題以外の幅広い問題に対しても適用可能である。今後、ベイズ更新モデルの有効性を空港舗装以外の土木施設でも検証することが必要である。

なお、本研究の一部は文部科学省「若手研究者の自立的研究環境整備促進」事業によって大阪大学グローバル若手研究者フロンティア研究拠点にて実施された。また、本研究の一部は(財)港湾空港建設技術サービスセンターの平成20年度研究開発助成を受けた。

第2章 空港コンクリート舗装の最適維持補修モデル

2.1 はじめに

わが国では、空港施設が埋め立て地や空港島のような人工地盤上に建設される場合が少なくない。このような空港施設では、空港地盤の不同沈下が、コンクリート舗装の劣化過程に多大な影響を及ぼすこととなる。さらに、舗装劣化過程には舗装の初期施工条件や繰り返し荷重の変動等に起因する不確実性が介在する。このため、空港地盤の沈下過程や舗装の劣化過程を確定的に予測することは不可能である。したがって、空港コンクリート舗装のアセットマネジメントにおいては、長期的な地盤沈下過程や舗装の劣化過程の不確実性を考慮した維持補修戦略を決定することが必要となる。

本研究では、PFI 事業における空港舗装マネジメント問題を対象とする。本研究で対象とする PFI 事業権契約では、契約期間末において空港コンクリート舗装が満足すべき性能が規定されている。さらに、契約期間を通じた大規模補修予算が契約により規定されており、事業者は補修予算の中で性能規定を満足するように空港舗装コンクリートを維持管理することが求められる。現実に必要な補修額が契約予算を超過する場合、事業者が超過額を負担しなければならない。このような空港コンクリート舗装の性能規定型維持管理契約においては、事業者は契約期間末における補修費用超過リスクを可能な限り抑制するような年次補修計画を決定することが必要となる。

本研究では、空港コンクリート舗装マネジメントのライフサイクル費用に影響を及ぼす要因として、空港地盤の不同沈下、コンクリート舗装の疲労破壊という2種類のリスクに着目する。空港地盤の不同沈下過程がコンクリート舗装の劣化過程に影響を及ぼすために、舗装の劣化過程を地盤沈下過程に依存した非斉次マルコフ劣化モデルを用いて表現する。その上で、事業者が地盤沈下過程、舗装の疲労破壊過程という2種類のリスクを考慮しながら、ライフサイクル費用を最小にする補修政策を決定できるような非斉次マルコフ決定モデルを提案する。さらに、空港供用後に地盤沈下過程や舗装の劣化過程をモニタリングすることにより、地盤沈下過程や舗装の劣化過程に関する予測精度を向上することができる。そのため、新しいモニタリングデータが獲得されれば、舗装の劣化過程を表す非斉次マルコフ劣化モデルを逐次更新し、更新された非斉次マルコフ決定モデルを用いて、補修計画を修正することが可能となる。

以上の問題意識の下に、本研究では、非斉次マルコフ決定モデルを用いて、地盤の不同沈下を考慮した舗装の維持補修戦略を求める方法論を提案する。さらに、モニタリングデータを用いて、補修政策を逐次ベイズ更新するような方法論を提案する。以下、2.2 では本研

究の基本的な考え方を整理し、2.3 では、初期時点において補修計画を策定するための非斉次マルコフ決定モデルを定式化する。2.4 では、モデルの解法について説明する。2.5 ではモニタリングデータを用いて、舗装の劣化過程を記述するマルコフ劣化モデルをベイズ更新し、補修計画を更新する方法論を提案する。2.6 では、H 空港を対象とした適用事例について説明する。なお、本研究では、筆者等が開発したハイブリッド劣化モデル¹¹⁾を用いて、非斉次マルコフ劣化過程の推計とそのベイズ更新を試みていることを付記しておく。

2.2 本研究の基本的な考え方

2.2.1 従来の研究概要

土木施設の劣化過程や故障の生起事象を確率過程としてモデル化し、ライフサイクル費用を最小にするような最適補修政策を求める数理モデルが数多く提案されている。特に、健全度を離散的な状態変数で記述するマルコフ決定モデル^{12)–15)}は、劣化過程の記述が簡単であり、数多くの実用モデル^{16)–21)}が提案されている。伝統的なマルコフ決定モデルは、システムの劣化過程を表現するマルコフ推移確率を、初期時点からの経過時間に依存しないような斉次マルコフ劣化モデルで表現し、定常的な最適補修政策を求めることを目的としている。このようなマルコフ決定モデルに関する研究は、ハザードモデルを用いて劣化過程を表現する方法^{22)–24)}が開発されたことにより、実用化が急速に進展した。例えば、貝戸等は橋梁部材の劣化過程を表すマルコフ推移確率行列を多段階指数ハザードモデルを用いて推計する方法を提案し、平均費用を最小にするような橋梁補修政策を求めるマルコフ決定モデルを提案している²¹⁾。また、青木等は照明ランプで構成されるシステムを対象として、システム全体の点検・補修タイミングに関する補修政策を求める方法論²⁵⁾を提案している。しかし、本研究で対象とするような臨海部に立地する空港施設のコンクリート舗装のマネジメント問題を考える場合、1) 空港地盤の不同沈下過程が、コンクリート舗装の劣化過程に多大な影響を及ぼすこと、2) 空港舗装の劣化過程には、地盤の不同沈下過程やコンクリートの疲労破壊等、複数のリスクが介在すること、3) 空港施設の供用時点において、地盤沈下や空港舗装の劣化過程に関するモニタリング情報が存在しないことが問題となる。空港地盤の沈下速度は、空港建設からの経過時間に依存して変化する。このため、空港舗装の劣化過程を定常的な斉次マルコフ劣化モデルで表現することは不可能である。青木等は、トンネル灯具の劣化過程を初期時間からの経過時間に依存するような非斉次マルコフ劣化モデルを表現し、経過時間に依存するような最適補修政策を求める計画モデルを提案している²⁶⁾。しかし、空港舗装の場合、地盤の不同沈下過程が不確実であり、不同沈下過程により舗装劣化過程を表すマルコフ推移確率が変化する。すなわち、地盤沈下リスク、コンクリート舗装の疲労破壊リスクという複数のリスクを同時に考慮したような非斉次マルコフ決定モデルを開発することが必要となる。除等は、複数リスクを考慮したマル

コフ決定モデルを開発している²⁷⁾。しかし、筆者らの知る限り、複数リスクを考慮した非斉次マルコフ決定モデルに関する研究事例は見当たらない。さらに、空港舗装の劣化過程は、現地の地盤特性に依存するため、空港供用開始時点においては地盤沈下過程、疲労破壊過程に関するモニタリングデータが存在しない。したがって、舗装劣化過程を表すマルコフ推移確率を統計的データを用いて推計することは不可能である。下村ら¹¹⁾は、力学的モデルを用いて、地盤沈下、疲労破壊過程を予測するとともに、モニタリングデータを用いて逐次予測結果をベイズ更新するようなハイブリッド劣化モデルを提案している。本研究では、下村らのハイブリッド劣化モデルを内蔵したような最適維持補修モデルを提案する。さらに、モニタリングデータに基づいて、最適維持補修モデルをベイズ更新し、補修政策を逐次修正するような学習型方法論を提案する。なお、本研究で用いるハイブリッド劣化モデルには新規性はないが、最適維持補修モデルの内容と密接に関係しており、読者の便宜を図るため必要な範囲の中でハイブリッド劣化モデルについて説明することとする。

2.2.2 維持管理契約の特性

空港舗装のアセットマネジメントにおいては、ライフサイクル費用の低減化^{1),28)}が図れるような最適補修戦略を策定することが重要である。特に、空港の使用性の観点から、施設を長時間にわたり閉鎖して大規模補修を実施することは、多大な経済損失を招くことになる。このため、空港コンクリート舗装の設計にあたっては、長期間にわたって十分な耐久性を有するような舗装構造を選定することが求められる。一方で、適切な維持管理を行い、設計供用期間中の耐久性を確保することも要請される。したがって、コンクリート舗装のアセットマネジメントを実施する上で、コンクリート舗装の劣化モデルを作成し、ライフサイクル費用や補修需要を推計することが重要な課題となっている²⁹⁾。

本研究では、空港舗装の所有者と維持管理業務を実施する事業者の間に性能規定型維持管理契約（以下、維持管理契約と呼ぶ）が締結され、事業者により、空港コンクリート舗装のアセットマネジメントが実施される問題をとりあげる。コンクリート舗装の構造は、すでに決定されており、考察の対象から除外する。さらに、契約期間を通じて、空港コンクリート舗装が維持すべき性能が規定されている。事業者は、コンクリート舗装が常に所与の性能規定を満足するように、維持補修を実施することが義務付けられている。また、維持管理契約では、每期における事業者の維持補修業務に対して一定額の対価が支払われる。それと同時に、コンクリート舗装が劣化した場合、大規模補修が実施される。契約期間全体を通じて、大規模補修費の総額（以下、大規模補修予算と呼ぶ）が規定されている。事業者は、所与の大規模補修予算の中で、契約期間内の各期間に最適に配分することにより、性能規定を満足する確率を最大にするように努力する。このような空港舗装マネジメントでは、ライフサイクル費用リスクの管理が重要な課題となる。

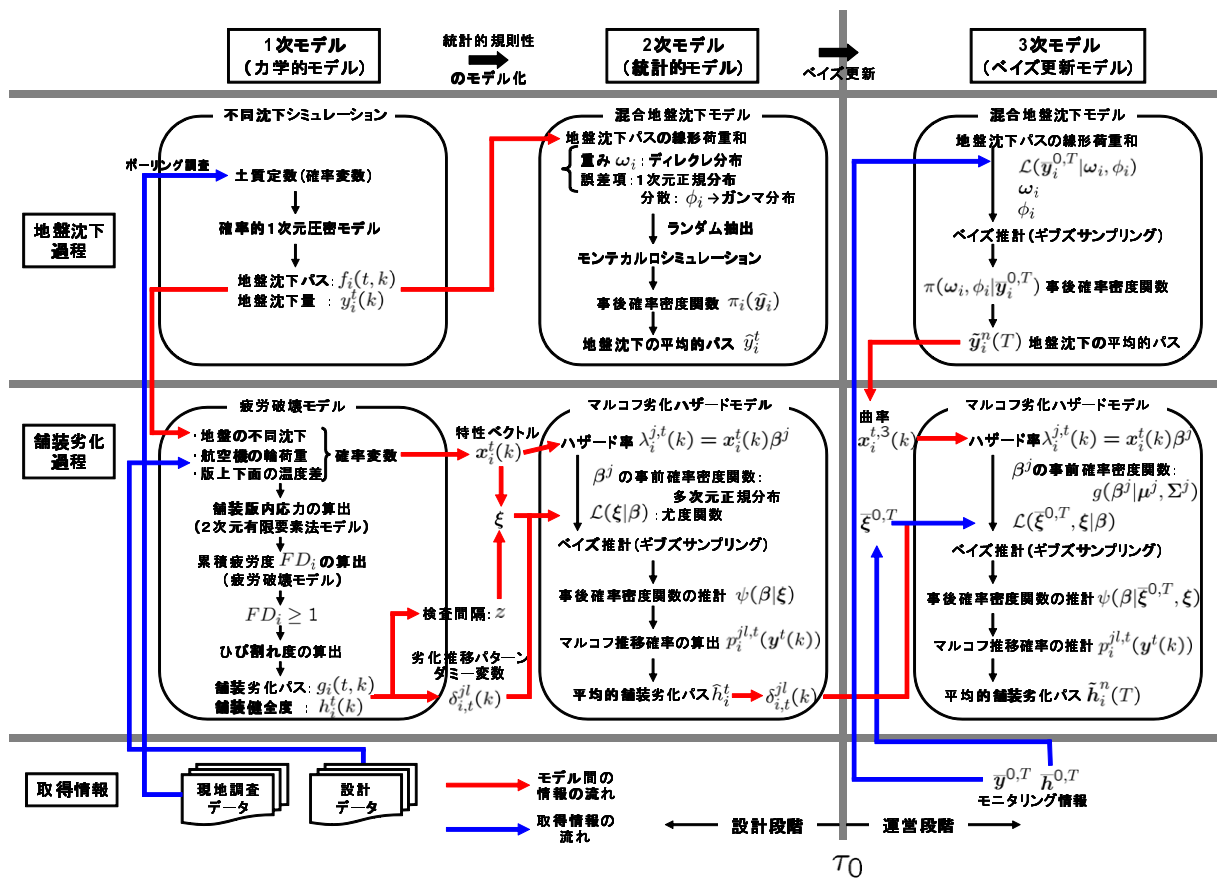


図 2-1 ハイブリッド劣化モデルの構造

臨海部に建設された空港施設では、空港供用開始直後の期間において、地盤沈下リスクがライフサイクル費用に大きな影響を及ぼす。しかし、時間の経過とともに、地盤沈下過程は次第に減速し、安定的な状態に収束する。一方で、コンクリート版に作用する繰り返し荷重が累積するため、コンクリート版の疲労破壊リスクが大きくなる。このように、空港供用後、時間の経過に伴って、コンクリート舗装の劣化過程に影響を及ぼすリスク要因が変化していく。したがって、PFI 事業権契約の初期の段階では、地盤沈下リスクの管理が重要な課題となるが、後半になるほどコンクリート舗装版の疲労破壊リスクに管理上の視点がシフトしていく。事業権契約の開始時点において、事業者はコンクリート舗装版の維持補修計画を策定する。しかし、空港供用開始後、地盤沈下量のモニタリングデータに基づいて地盤沈下シナリオを更新し、維持補修計画を逐次修正していくことが重要である。空港供用後、一定の期間が経過すれば、コンクリート舗装の疲労破壊リスクが顕在化してくる。舗装健全度のモニタリングデータを用いて、舗装の劣化過程を表すマルコフ推移確率を補正するとともに、維持補修計画の見直しを行うことが求められる。このように、地盤沈下、疲労破壊という多大なリスク要因にさらされている空港舗装マネジメントでは、1) 適切な初期モデルを用いた補修計画の策定と、2) モニタリングデータに基づいた補修計画のフォローアップを効率的に行う方法論が求められる。

2.2.3 ハイブリッド劣化モデル

事業期間を建設段階、運用段階という2つの期間に分類しよう。建設段階において、コンクリート舗装の構造はすでに決定されている。また、この段階では、地盤沈下過程や舗装劣化過程に関する実績データが存在しないために、地盤沈下過程と舗装の疲労破壊過程を同時に考慮に入れて、コンクリート舗装の劣化過程を予測することが必要となる。筆者等は、力学的モデルと統計的モデルを融合したような空港コンクリート舗装のハイブリッド劣化モデル¹¹⁾を提案している。ハイブリッド劣化モデルの基本構造を図2-1に示す。

ハイブリッド劣化モデルは、1) 力学的手法により地盤沈下過程、コンクリートの疲労過程を予測する1次モデル、2) 1次モデルの予測結果を、統計的劣化モデルとして表現した2次モデル、3) モニタリングデータを用いて、2次モデルをベイズ更新して作成した3次モデルで構成されている。1次モデルは、1) 地盤の不同沈下過程を予測する確率的1次元圧密モデル³⁰⁾、2) コンクリート版内に発生する応力状態を解析する2次元有限要素法モデル³⁾、3) コンクリートの破壊確率曲線からコンクリート版の累積疲労度を算定する疲労破壊モデルという3つのサブモデルで構成されている。しかし、1次モデルを用いてライフサイクル費用評価を実施する場合、1) モデルの操作性に問題があり、膨大な計算時間が必要となる。2) シミュレーションで得られた膨大な分析結果に対して統計的処理を行うことが必要となる。3) 破壊確率曲線は、疲労破壊試験で得られた限られた実験サンプルを用いて統計的に推計された曲線であり、理論的基盤を持つ力学的モデルとは言いがたい。このよう

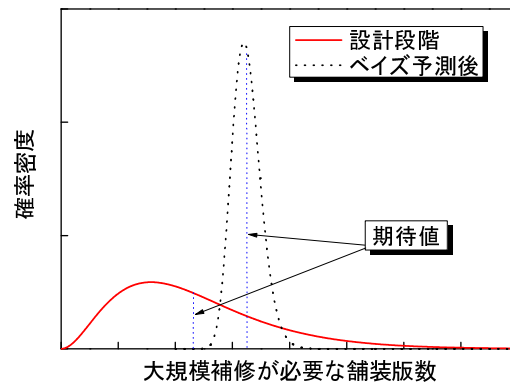


図 2-2 ベイズ更新の効果

に 1 次モデルは、分析精度が異なるサブシステムを連結したものであり、1 次モデルの予測結果には多くの不確実性が介在する。本研究では、1 次モデルに介在する不確実性のうち、土質条件の不確実性に関しては、土質条件をランダムに変化させた 1 次元圧密モデルを用いて、多数の地盤沈下シナリオを発生させる。さらに、コンクリート版の疲労破壊に関する不確実性に関しては、航空機の走行時のばらつきを確率的に表現し、コンクリート版の疲労破壊に関するサンプルパスを作成する。その上で、1 次モデルを用いて発生した膨大な計算結果に含まれる統計的規則性を 2 次モデルを用いて表現している。さらに、運営段階では、地盤沈下量、コンクリート舗装の健全度に関するモニタリングデータが入手可能となる。そこで、新しく得られたモニタリングデータを用いて、2 次モデルをベイズ更新した 3 次モデルを作成する。3 次モデルを用いることにより、その時点以降における地盤沈下過程、舗装劣化過程の予測精度を向上することができる。

2.2.4 最適維持補修モデル

本研究で対象とする空港コンクリート舗装に関する PFI 事業権契約では、契約期間、および契約期末において空港コンクリート舗装が満足すべき性能が規定されている。さらに、契約期間を通じた大規模補修予算が契約により規定されており、事業者は補修予算の中で性能規定を満足するように空港舗装コンクリートを維持管理することが求められる。事業者は契約期間内におけるライフサイクル費用を最小にするような維持補修政策を適用し、契約期間末における補修費用超過リスクを可能な限り抑制する必要がある。

空港コンクリート舗装の維持管理契約においては、空港地盤の不同沈下リスク、コンクリート舗装の疲労破壊リスクという複数リスクが費用超過の主要な原因となる。本研究では、コンクリート舗装の性能規定に関する制約条件の下で、期待ライフサイクル費用を最小にするような最適補修政策を求める最適維持補修モデルを、複数リスクを考慮した確率

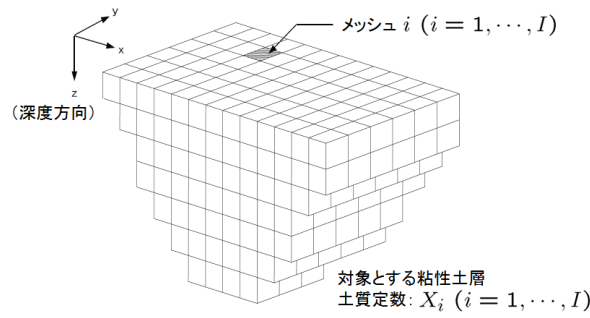


図 2-3 地盤のモデル化

動的計画モデルとして定式化する．その際，混合地盤沈下モデルを用いて地盤沈下パスの確率分布を表現するとともに，ハイブリッド劣化モデルを用いて舗装劣化過程を地盤沈下パスに依存した非斉次マルコフ過程として記述する．したがって，最適維持補修モデルは，地盤沈下リスク，舗装劣化リスクという複数リスクを考慮した非斉次マルコフ決定モデルとして定式化されることになる．このうち，ハイブリッド劣化予測モデルは，非斉次マルコフ過程を表現するために用いられる．推計した非斉次マルコフ連鎖モデルを用いて，マルコフ決定モデルを定式化し，最適補修政策を求める．

初期時点では，ハイブリッド劣化モデルで作成した統計的予測モデル（2 次モデル）を用いて，最適維持補修モデルを定式化する．運用段階では，モニタリングデータを用いてベイズ更新した 3 次モデルを用いて，最適維持補修モデルを更新し，最適維持管理計画の内容を更新していくことになる．図 2-2 には，空港供用開始時点において求めた最適補修政策を用いて，計画期間内の目標時点において大規模補修が必要となる舗装版数の確率分布を求めた結果を示している．前述したように，運用段階では，モニタリングデータを用いて，地盤沈下過程，舗装劣化過程の予測精度を向上できる．いま，図 2-2 には，運用段階で，新しく獲得したモニタリングデータを用いて，目標時点における補修需要分布を再推計した結果を示している．非斉次マルコフモデルをベイズ更新した結果，予測精度が向上し，目標時点における補修需要の分散が小さくなっている．しかし，同図の場合，ベイズ予測された補修需要の期待値が，空港供用時点における期待値よりも上回っており，ライフサイクル費用が当初の計画より増加している．したがって，ベイズ更新された予測結果に基づいて，将来の補修計画を修正することが必要となる．

2.3 モデルの定式化

2.3.1 前提条件

PFI 事業者がカレンダー時刻 τ_0 に空港施設を新たに建設し，それ以降の時刻にわたって空港コンクリート舗装を管理する問題を考える．カレンダー時刻 τ_0 を初期時点 $t = 0$ とする離

散的時間軸 $t = 0, 1, 2, \dots, \bar{T}$ を導入する． $\bar{T}$ は事業権契約の最終期である．離散的時間間隔として 1 年を想定する．対象とする舗装区域を図 2-3 に示すように，合計 I 個の平面メッシュに分割する．各メッシュは，コンクリート舗装版に対応しており，メッシュ単位で地盤沈下量と舗装劣化の予測が実施される．また，各離散時刻における地盤沈下量を連続的な状態変数 y_i^t ($i = 1, \dots, I; t = 0, \dots, \bar{T}$) を用いて表現する．ただし， $y_i^t \geq 0$ であり， $y_i^0 \leq \dots \leq y_i^t \leq y_i^{\bar{T}}$ が成立する．一方，メッシュ i の舗装健全度を離散的な状態変数 $h_i^t = j$ ($i = 1, \dots, I; t = 0, \dots, \bar{T}$) で表現する．レーティング j ($j = 1, \dots, J$) は， j の値が大きくなるほど劣化が進展していることを意味している． $h_i^t = J$ の場合は，舗装が使用限界に到達していることを意味し，直ちに補修が実施される．基本モデルは，初期時点において，契約期間全体を通じた維持管理計画を策定するために用いられる．

2.3.2 地盤の沈下過程

地盤の確率的沈下過程を，混合地盤沈下モデルを用いて表現する．いま，ハイブリッド劣化モデルを用いて，メッシュ i ($i = 1, \dots, I$) の時点 t ($t = 0, \dots, \bar{T}$) における地盤沈下量を表す K 個の地盤沈下サンプルパス $f_i(t, k)$ ($k = 1, \dots, K$) が得られたと考える．地盤沈下パスは，確率的 1 次元圧密モデルを用いて計算した地盤沈下過程であり，添字 k ($k = 1, \dots, K$) は地盤沈下パスのサンプル番号を表す．混合地盤沈下モデルは，現実の地盤沈下量を，地盤沈下パスの荷重和

$$y_i^t = \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k) + \varepsilon_i \quad (2.1)$$

として表現できる．ここに， ε_i は，測定誤差を表す確率変数であり，互いに独立な 1 次元正規分布 $\mathcal{N}(0, \sigma_i^2)$ に従うと仮定する．また， $\omega_i(k)$ は，地盤沈下サンプルパス k に対して割り当てられた重みであり，

$$\sum_{k=1}^K \omega_i(k) = 1 \quad (i = 1, \dots, I) \quad (2.2)$$

が成立する．各サンプルパスに割り付けられる重み係数が一意的に決定されるためには混合地盤沈下モデルを構成するサンプルパスが互いに独立でなければならない．混合地盤沈下モデル (2.1) の重み $\omega_i(k)$ ($k = 1, \dots, K$) は，その総和が 1 になるように確率分布する．このような確率分布をディリクレ分布

$$D(\omega_i | \alpha) = \Psi(\alpha) \prod_{k=1}^K \{\omega_i(k)\}^{\alpha_k - 1} \quad (2.3)$$

$$\Psi(\alpha) = \frac{\Gamma(\sum_{k=1}^K \alpha_k)}{\prod_{k=1}^K \Gamma(\alpha_k)}$$

を用いて表現する．ただし， $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数であり， $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_K)$ は定数パラメータベクトルである．また，分散パラメータ $\phi_i = \sigma_i^{-2}$ がガンマ分布

$$g(\phi_i | \zeta, \gamma) = \frac{\gamma^\zeta}{\Gamma(\zeta)} \phi_i^{\zeta - 1} \exp(-\gamma \phi_i) \quad (2.4)$$

に従うと考える． ζ, γ は定数パラメータである．この時，メッシュ i の地盤沈下サンプルパス $\hat{y}_i = (\hat{y}_i^0, \dots, \hat{y}_i^{\bar{T}})$ が生起する確率密度関数 $\pi_i(\hat{y}_i)$ は，

$$\pi_i(\hat{y}_i) \propto \phi_i^{\zeta-1/2} \prod_{k=1}^K \hat{\omega}_i(k)^{\alpha_k-1} \exp \left[-\phi_i \left\{ \gamma + \frac{1}{2} \hat{\varepsilon}_i^2 \right\} \right] \quad (2.5)$$

と表される．ただし， $\hat{\varepsilon}_i = \hat{y}_i^t - \sum_{k=1}^K \hat{\omega}_i(k) f_i(t, k)$ ($i = 1, \dots, I; t = 0, \dots, \bar{T}$) である．記号「 $\hat{\cdot}$ 」はサンプルデータであることを意味する．

2.3.3 舗装の劣化過程

t 期から $t+1$ 期の間において生起するコンクリート舗装の健全度の推移確率を，マルコフ推移確率で表す．コンクリート舗装の劣化過程は，地盤沈下過程の影響を受ける．いま，全平面メッシュに関する地盤沈下サンプルパス $\hat{y} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_I)$ が与えられと仮定する．このようなサンプルパス群に対して，時間断面 t における各平面メッシュの地盤沈下量を表した地盤沈下量ベクトル $\hat{y}^t = (\hat{y}_1^t, \dots, \hat{y}_I^t)$ を定義する．メッシュ i の舗装の劣化過程は，そのメッシュの地盤沈下量だけでなく，メッシュ全体の地盤沈下パターンに依存すると考える．したがって，期間 $[t, t+1)$ のマルコフ推移確率は， t 期における地盤沈下量ベクトル $\hat{y}^t$ に依存して定義される．地盤沈下パス $\hat{y}$ の下で，メッシュ $i = (i = 1, \dots, I)$ に対して定義されるマルコフ推移確率は， t 期で評価された健全度 $h_i^t(\hat{y}^t) = j$ を与件とし，次の $t+1$ 期において健全度 $h_i^{t+1}(\hat{y}^t) = l$ が生起する条件付確率

$$\text{Prob}[h_i^{t+1}(\hat{y}^t) = l | h_i^t(\hat{y}^t) = j] = p_i^{j,l,t}(\hat{y}^t) \quad (2.6)$$

として定義できる．ただし，期間 $[t, t+1)$ 中は，地盤沈下量は $\hat{y}^t$ のまま一定であると仮定する．マルコフ推移確率は，津田等が開発したマルコフ劣化モデルを用いて推計できる．そのために， t 期におけるメッシュ i の健全度 j ($j = 1, \dots, J-1$) のハザード率^{2), 31), 32)} $\lambda_i^{j,t}(\hat{y}^t)$ を

$$\lambda_i^{j,t}(\hat{y}^t) = \hat{x}_i^t \beta^j \quad (2.7)$$

と表す．ただし， $\hat{x}_i^t = (\hat{x}_{i,1}^{j,t}, \dots, \hat{x}_{i,Q}^{j,t})$ は，説明変数ベクトルであり，その中に t 期の地盤沈下量 $\hat{y}^t$ に関わる変数を含んでいる． $\beta^j = (\beta_1^j, \dots, \beta_Q^j)'$ は未知パラメータベクトルである．記号 $'$ は転置を表す．ハザード率 $\lambda_i^{j,t}(\hat{y}^t)$ は，期間 $[t, t+1)$ の期間長に対して定義されている．このとき， t 期において健全度が j であり， $t+1$ 期においても健全度 j が継続する確率は，

$$\text{Prob}[h_i^{t+1}(\hat{y}^t) = j | h_i^t(\hat{y}^t) = j] = \exp\{-\lambda_i^{j,t}(\hat{y}^t)\} \quad (2.8)$$

となる．さらに， t 期と $t+1$ 期の間で健全度が j から l ($l > j$) に推移するマルコフ推移確率 $p_i^{j,l,t}(\hat{y}^t)$ ($j = 1, \dots, J-1; l = j, \dots, J$) は，

$$p_i^{j,l,t}(\hat{y}^t) = \text{Prob}[h_i^{t+1}(\hat{y}^t) = l | h_i^t(\hat{y}^t) = j]$$

$$= \sum_{m=j}^l \prod_{s=j}^{m-1} \frac{\lambda_i^{s,t}}{\lambda_i^{s,t} - \lambda_i^{m,t}} \prod_{s=m}^{l-1} \frac{\lambda_i^{s,t}}{\lambda_i^{s+1,t} - \lambda_i^{m,t}} \exp(-\lambda_i^{m,t}) \quad (2.9)$$

($j = 1, \dots, J-1; l = j+1, \dots, J$)

と表すことができる²⁾．ただし， $\lambda_i^{j,t} = \lambda_i^{j,t}(\hat{\mathbf{y}}^t)$ である．また，表記上の規則として，

$$\begin{cases} \prod_{s=j}^{m-1} \frac{\lambda_i^{s,t}}{\lambda_i^{s,t} - \lambda_i^{m,t}} = 1 & (m = j \text{ の時}) \\ \prod_{s=m}^{l-1} \frac{\lambda_i^{s,t}}{\lambda_i^{s+1,t} - \lambda_i^{m,t}} = 1 & (m = l \text{ の時}) \end{cases}$$

が成立すると考える．さらに，表記の便宜上，

$$\prod_{s=j, \neq m}^{l-1} \frac{\lambda_i^{s,t}}{\lambda_i^{s,t} - \lambda_i^{m,t}} \exp(-\lambda_i^{m,t}) = \prod_{s=j}^{m-1} \frac{\lambda_i^{s,t}}{\lambda_i^{s,t} - \lambda_i^{m,t}} \prod_{s=m}^{l-1} \frac{\lambda_i^{s,t}}{\lambda_i^{s+1,t} - \lambda_i^{m,t}} \exp(-\lambda_i^{m,t})$$

と簡略化する．また， $p_i^{jJ,t}(\hat{\mathbf{y}}^t)$ に関しては，マルコフ推移確率の条件より次式で表せる．

$$p_i^{jJ,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) = 1 - \sum_{l=j}^{J-1} p_i^{jl,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) \quad (2.10)$$

($j = 1, \dots, J-1$)

以上の推移確率を用いれば，期間 $[t, t+1)$ で定義される条件付確率 (2.6) を要素とするマルコフ推移行列を

$$P_i^t(\hat{\mathbf{y}}^t) = \begin{pmatrix} p_i^{11,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \cdots & p_i^{1J,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & p_i^{JJ,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

と定義することができる．この時，地盤沈下過程のサンプルパス上における t 期までの地盤沈下の履歴を $\hat{\mathbf{y}}^{0,t} = (\hat{\mathbf{y}}^0, \dots, \hat{\mathbf{y}}^t)$ と表す．メッシュ i ($i = 1, \dots, I$) の t 期における健全度の確率分布 $\mathbf{m}_i^t(\hat{\mathbf{y}}^{0,t}) = (m_i^{1,t}(\hat{\mathbf{y}}^{0,t}), \dots, m_i^{J,t}(\hat{\mathbf{y}}^{0,t}))$ は，

$$\mathbf{m}_i^t(\hat{\mathbf{y}}^{0,t}) = \mathbf{m}_i^0 \prod_{k=0}^{t-1} P_i^k(\hat{\mathbf{y}}^k) \quad (2.12)$$

と表される．ただし， $\mathbf{m}_i^0 = (1, 0, \dots, 0)$ である．

2.3.4 劣化・補修過程

いま，ある地盤沈下のサンプルパス $\hat{\mathbf{y}}$ に着目しよう． t 期の期首におけるメッシュ i のコンクリート舗装の状態を $(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ と表す． t 期に補修が実施される場合には， t 期の期首に直ちに補修が実施され，コンクリート舗装の健全度が j_i^t ($j_i^t \leq h_i^t$) に回復する．期間 $[t, t+1)$ の間，地盤沈下量はすべての平面メッシュにおいて一定値 $\hat{\mathbf{y}}^t$ に留まると仮定する．当該期間中に，コンクリート舗装は，マルコフ推移確率行列 $\mathbf{p}_i^t(\hat{\mathbf{y}}^t)$ に従って推移する．その結果， $t+1$ 期の期首にモニタリングが実施され，平面メッシュ i のコンクリート舗装の状態

が $(h_i^{t+1}, \hat{y}^{t+1})$ に推移したとしよう．この時，期間 $[t, t+1)$ の間に，コンクリート舗装の状態は，最終的に $(h_i^t, \hat{y}^t)$ から， $(h_i^{t+1}, \hat{y}^{t+1})$ に推移する．このように舗装の補修アクションが実施された結果として実現するコンクリート舗装の健全度の推移過程を劣化・補修過程と呼ぶ．

t 期の期首において実施されるコンクリート舗装の補修政策 $s \in S$ を，平面メッシュ i の健全度 $(h_i^t, \hat{y}^t)$ に対して実施すべき補修アクションを指定する関数を用いて定義する．補修政策は有限個存在し， S は補修政策の集合である．補修政策 $s \in S$ の下で t 期に実施される平面メッシュ i の補修アクション ξ_i^{st} を，補修アクション実施後の劣化水準 $\xi_i^{st}(h_i^t, \hat{y}^t) \in \xi_i(h_i^t, \hat{y}^t)$ を用いて，

$$\xi_i^{st} = \begin{pmatrix} \xi_i^{st}(1, \hat{y}^t) \\ \vdots \\ \xi_i^{st}(J, \hat{y}^t) \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

と定義する．ただし， $\xi_i(h_i^t, \hat{y}^t)$ は平面メッシュ i の状態 $(h_i^t, \hat{y}^t)$ に対して定義される補修アクションの集合である．補修政策 s の下で t 期における平面メッシュ i の状態 $(h_i^t, \hat{y}^t)$ に対して補修アクション $\xi_i^{st}(h_i^t, \hat{y}^t)$ を採用した場合の補修費用を $c_i^s(h_i^t, \hat{y}^t)$ と表す．

平面メッシュ i の補修政策 $s \in S$ を実施した場合の健全度の推移確率行列を定義する．補修政策 s に基づくアクション内容は平面メッシュの状態 $(h_i^t, \hat{y}^t)$ に対して，アクション実施後の健全度 j_i^t を対応させる関数 $\xi_i^{st}(h_i^t, \hat{y}^t)$ を用いて記述される．いま，平面メッシュ i が状態 $(h_i^t, \hat{y}^t)$ の時に補修政策 s を適用した場合，平面メッシュ i の健全度の推移確率は，

$$q_i^{h_i^t j_i^t, st}(\hat{y}^t) = \begin{cases} 1 & \xi_i^{st}(h_i^t, \hat{y}^t) = j \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (2.14)$$

$$(h_i^t = 1, \dots, J; j = 1, \dots, h_i^t)$$

と表される．すなわち，補修が実施された後の健全度（補修が実施されない場合は元の健全度）に確率 1 で推移する．以上の推移確率を推移確率行列 $Q_i^{st}(\hat{y}^t)$ として整理することにより，

$$Q_i^{st}(\hat{y}^t) = \begin{pmatrix} q_i^{11, st}(\hat{y}^t) & q_i^{12, st}(\hat{y}^t) & \dots & q_i^{1J, st}(\hat{y}^t) \\ q_i^{21, st}(\hat{y}^t) & q_i^{22, st}(\hat{y}^t) & \dots & q_i^{2J, st}(\hat{y}^t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_i^{J1, st}(\hat{y}^t) & q_i^{J2, st}(\hat{y}^t) & \dots & q_i^{JJ, st}(\hat{y}^t) \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

を得る．健全度 J である場合，直ちに補修されるため常に $q_i^{JJ, st}(\hat{y}^t) = 0$ が成立する．この場合，補修ルール s の下で， t 期のモニタリング後の状態 $(h_i^t, \hat{y}^t)$ から，補修アクションを実施し， $t+1$ 期の期首におけるモニタリング実施後の状態 $(h_i^{t+1}, \hat{y}^{t+1})$ に推移する確率を表す推移確率行列 $P_i^{st}(\hat{y}^t)$ は，

$$P_i^{st}(\hat{y}^t) = P_i^t(\hat{y}^t) Q_i^{st}(\hat{y}^t) \quad (2.16)$$

と表される．ただし，推移確率行列 $P_i^{st}(\hat{\mathbf{y}}^t)$ は，

$$P_i^{st}(\hat{\mathbf{y}}^t) = \begin{pmatrix} p_i^{11,st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & p_i^{12,st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \cdots & p_i^{1J,st}(\hat{\mathbf{y}}^t) \\ p_i^{21,st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & p_i^{22,st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \cdots & p_i^{2J,st}(\hat{\mathbf{y}}^t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_i^{J1,st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & p_i^{J2,st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \cdots & p_i^{JJ,st}(\hat{\mathbf{y}}^t) \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

である．この時に，各期における健全度の相対的頻度分布は，式 (2.16) を用いて

$$\mathbf{m}_i^{st}(\hat{\mathbf{y}}^{0,t}) = \mathbf{m}_i^0 \prod_{k=0}^{t-1} P_i^{sk}(\hat{\mathbf{y}}^k) \quad (2.18)$$

と表現できる．ただし， $\hat{\mathbf{y}}^{0,t} = (\hat{\mathbf{y}}^0, \dots, \hat{\mathbf{y}}^t)$ は， t 期までの地盤沈下履歴データを表す．

2.3.5 最適維持補修モデルの定式化

いま， t 期のモニタリングの結果，平面メッシュ i の状態が $(h_i^t, \mathbf{y}^t)$ であったと考える．補修政策 s の下で t 期における平面メッシュ i の状態 $(h_i^t, \mathbf{y}^t)$ に対して補修アクション $\xi_i^{st}(h_i^t, \mathbf{y}^t)$ を採用した場合の補修費用を $c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^t)$ と表す．平面メッシュ i の健全度が h_i^t から $\xi_i^{st}(h_i^t, \mathbf{y}^t) = j$ に改善される場合には補修費用 $c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^t) = c_{h_i^t, j}$ が必要となる．すなわち， $\xi_i^{st}(h_i^t, \mathbf{y}^t) = j$ の時， $c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^t) = c_{h_i^t, j}$ が成立する．補修を実施しない場合には $c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^t) = 0$ となる．ただし，補修費用は条件

$$c_{jj} \leq \cdots \leq c_{h_i^t, j} \leq \cdots \leq c_{Jj} \quad (2.19)$$

$$(j \leq h_i^t \leq J; j = 1, \dots, J)$$

を満足すると仮定する．条件 (2.19) は補修の劣化水準が悪い方が，同一の劣化水準に回復するための費用が大きくなることを意味する．

事業者は，契約期間 $[0, \bar{T}]$ における期待ライフサイクル費用の最小化を図る．初期時点で達成可能なメッシュ i の期待ライフサイクル費用の最小値 $V_i^0(1, \mathbf{y}^0)$ は

$$V_i^0(1, \mathbf{y}^0) = \min_{s \in S} \left\{ E \left[\sum_{t=0}^{\bar{T}} \gamma^t c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^t) \right] \right\} \quad (2.20)$$

と表される．ただし， γ^t は t 期における割引因子である．また， $(h_i^t, \mathbf{y}^t)$ は，それぞれ t 期の舗装健全度，および地盤沈下量を表す．ただし，記号 $E[\cdot]$ は，地盤沈下過程，および舗装の劣化・補修過程に関する期待値操作を表す．すなわち，地盤沈下過程 $\mathbf{y}^t$ は，確率密度関数 (2.5) に従って分布する．また，舗装の劣化・補修過程は，式 (2.18) で表される．性能規定契約では，契約期間全体を通じて，補修アクション実施後の健全度 j_i^t ($t = 1, \dots, \bar{T}$) が，性能水準に関する制約条件

$$j_i^t < J \quad (t = 1, \dots, \bar{T} - 1) \quad (2.21)$$

$$j_i^{\bar{T}} \leq Z \quad (2.22)$$

を満足しなければならない．ただし， Z は契約終了時点における性能基準を表す．したがって，維持補修モデルは

$$\min_{s \in S} \left\{ E \left[\sum_{i=1}^I \sum_{t=0}^{\bar{T}} \gamma^t c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^t) \right] \right\} \quad (2.23)$$

subject to

$$j_i^t < J \quad (t = 1, \dots, \bar{T} - 1) \quad (2.24)$$

$$j_i^{\bar{T}} \leq Z \quad (i = 1, \dots, I) \quad (2.25)$$

と表される．

2.4 モデルの解法

2.4.1 最適値関数の導出

最適値関数 (2.20) は，初期時点で評価した契約期間にわたる期待ライフサイクル費用の現在価値を表している．最適値関数 $V_i^0(1, \mathbf{y}^0)$ を展開すれば，

$$V_i^0(1, \mathbf{y}^0) = \min_{\xi_i^{s0}(1, \mathbf{y}^0) \in \xi_i^l(1, \mathbf{y}^0)} \{ c_i^s(1, \mathbf{y}^0) + \gamma E[V_i^1(h_i^1, \mathbf{y}^1)] \} \quad (2.26)$$

を得る．ただし， γ は 1 期後の割引因子である．最適値関数 (2.20) を求めるためには，第 1 期における最適値関数 $V_i^1(h_i^1, \mathbf{y}^1)$ に関する情報が必要となる．式 (2.26) において，地盤沈下量および空港コンクリート舗装の劣化過程に不確実性が介在しており，2 種類のリスクが含まれている．期待値関数を求めるためには，これら 2 種類のリスクに関して最適値関数の期待値を評価することが必要となる．ここで，まず地盤沈下量に関するリスクに着目する．いま，混合地盤沈下モデル (2.1), (2.5) を用いて，地盤沈下過程に関するサンプルパスをランダムに発生させる． I 個のメッシュに対して定義された地盤沈下パスの組に対して，サンプルパスの添字 g を割り当てる．地盤沈下過程に関して合計 L 組のサンプルパスを発生させれば，式 (2.26) を

$$V_i^0(1, \mathbf{y}^0) = \frac{1}{L} \sum_{g=1}^L \min_{\xi_i^{s0}(1, \mathbf{y}^{g0}) \in \xi_i^l(1, \mathbf{y}^{g0})} \{ c_i^s(1, \mathbf{y}^{g0}) + \gamma E^\circ[V_i^{g1}(h_i^1, \mathbf{y}^{g1})] \} \quad (2.27)$$

と書き換えることができる．ここに， $V_i^{g1}(h_i^1, \mathbf{y}^{g1})$ はサンプルパス g 上で定義される第 1 期における最適値関数を表す．また，記号 $E^\circ[\cdot]$ は，舗装の劣化過程に関する期待値操作を表す．地盤沈下過程がサンプルパス g に従って推移すると考え，地盤沈下パス g を与件とした部分問題を考える．サンプルパス g を与件とした部分問題における t 期の最適値関数 $V_i^{gt}(h_i^t, \mathbf{y}^{gt})$ は，

$$V_i^{gt}(h_i^t, \mathbf{y}^{gt}) = \min_{\xi_i^{st}(h_i^t, \mathbf{y}^{gt}) \in \xi_i^l(h_i^t, \mathbf{y}^{gt})} \{ c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^{gt}) + E^\circ[V_i^{g,t+1}(h_i^{t+1}, \mathbf{y}^{g,t+1})] \} \quad (2.28)$$

と定義できる．つぎに，コンクリート舗装の劣化過程のリスクに着目する． $V_i^{g,t+1}(h_i^{t+1}, \hat{y}^{g,t+1})$ は， $t+1$ 期に平面メッシュ i の状態が $(h_i^{t+1}, \hat{y}^{g,t+1})$ であり， $t+1$ 期以降に，サンプルパス g 上で最適補修政策 s^* を適用することにより達成できる $t+1$ 期以降の最適期待ライフサイクル費用の当該期価値を表している．さらに，

$$E^\circ \left[V_i^{g,t+1}(h_i^{t+1}, \hat{y}^{g,t+1}) \right] = \sum_{h_i^{t+1}=1}^J p_i^{h_i^t h_i^{t+1}, st}(\hat{y}^{g,t}) V_i^{g,t+1}(h_i^{t+1}, \hat{y}^{g,t+1}) \quad (2.29)$$

と表現されることに留意する．したがって，式 (2.28) は，

$$V_i^{g,t}(h_i^t, \hat{y}^{g,t}) = \min_{\xi_i^{st}(h_i^t, \hat{y}^{g,t}) \in \xi_i(h_i^t, \hat{y}^{g,t})} \left\{ c_i^s(h_i^t, \hat{y}^{g,t}) + \gamma \sum_{h_i^{t+1}=1}^J p_i^{h_i^t h_i^{t+1}, st}(\hat{y}^{g,t}) V_i^{g,t+1}(h_i^{t+1}, \hat{y}^{g,t+1}) \right\} \quad (2.30)$$

と書き換えることができる．ここで，推移確率 $p_i^{h_i^t h_i^{t+1}, st}(\hat{y}^{g,t})$ はサンプルパス g 上における補修政策 s の下で補修アクション $\xi_i^{st}(h_i^t, \hat{y}^{g,t})$ に対応して定義される推移確率であり，式 (2.16) で定義される推移確率行列 $P_i^{st}(\hat{y}^t)$ の第 (h_i^t, h_i^{t+1}) 要素に該当する．

2.4.2 最適維持補修モデルの解法

図 2-4 に最適維持補修モデルの解法とライフサイクル費用評価の手順を整理している．同図に示すように，最適維持補修モデルでは，まず混合地盤沈下モデル (2.1), (2.5) を用いて，地盤沈下過程に関するサンプルパスをランダムに発生させる．地盤沈下過程に関して合計 L 本のサンプルパスが得られたと考え，その中からあるサンプルパス g をとりあげる．サンプルパス g 上で定義される再帰方程式 (2.30) は，通常確率動的計画問題の再帰方程式に他ならない． $\bar{T}$ 期における終端条件を用いて，再帰方程式 (2.30) を後ろ向きに解くことができる．契約終了期において，

$$V_i^{g\bar{T}}(h_i^{\bar{T}}, \hat{y}^{g\bar{T}}) = \begin{cases} 0 & (h_i^{\bar{T}} = 1, \dots, Z) \\ c_{h_i^{\bar{T}} j_i^{\bar{T}}} & (h_i^{\bar{T}} = Z+1, \dots, J) \end{cases} \quad (2.31)$$

が成立する．ただし， $c_{h_i^{\bar{T}} j_i^{\bar{T}}}$ は性能基準を満たすために必要な補修費用である．すなわち， $j_i^{\bar{T}} \leq L$ が成り立つ．つぎに， t 期に着目しよう． t 期の最適化問題は

$$V_i^{g,t}(h_i^t, \hat{y}^{g,t}) = \min_{\xi_i^{st}(h_i^t, \hat{y}^{g,t}) \in \xi_i(h_i^t, \hat{y}^{g,t})} \left\{ c_i^s(h_i^t, \hat{y}^{g,t}) + \gamma \sum_{h_i^{t+1}=1}^J p_i^{h_i^t h_i^{t+1}, st}(\hat{y}^{g,t}) V_i^{g,t+1}(h_i^{t+1}, \hat{y}^{g,t+1}) \right\} \quad (2.32)$$

と表される．以上のプロセスを第 0 期まで繰り返す．以上で求めた最適補修政策は，地盤沈下パス g に対して定義された最適政策である．このことを明示的に表すために，上記問

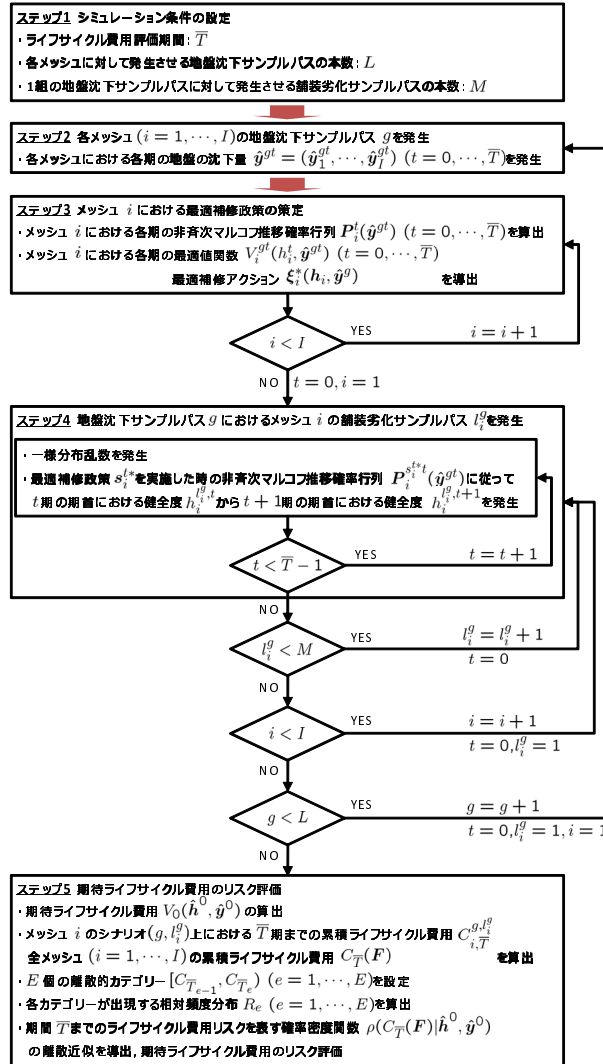


図 2-4 ライフサイクル評価の手順

題の最適政策を $\xi_i^*(\mathbf{h}_i, \mathbf{y}^g) = \{\xi_i^{s^*0}(h_i^0, \mathbf{y}^{g0}), \dots, \xi_i^{s^*T}(h_i^T, \mathbf{y}^{gT})\}$ と表す．この時，地盤沈下パス g 上における第 0 期の最適値関数は

$$V_i^{g0}(1, \mathbf{y}^{g0}) = c_i^{s^*}(1, \mathbf{y}^{g0}) + \gamma E^o \left[V_i^{g1}(h_i^1, \mathbf{y}^{g1}) \right] \quad (2.33)$$

と表すことができる．最適値関数 $V_i^{g0}(1, \mathbf{y}^{g0})$ は，地盤沈下パス g を既知として求めたものである．しかし，0 期の期首において，地盤沈下過程は未知であり，将来時点で起こりえる地盤沈下過程の不確実性を考慮することが必要となる．すなわち，第 0 期の期首で評価した期待ライフサイクル費用は，

$$V_i^0(1, \mathbf{y}^0) = \frac{1}{L} \sum_{g=1}^L V_i^{g0}(1, \mathbf{y}^{g0}) \quad (2.34)$$

と表すことができる．以上の議論より，最適補修政策は，地盤沈下パスのそれぞれに対して定義されるため，最適補修政策の数は膨大な数に及ぶ．ここでは，補修政策の 1 つの事例として，平均的な地盤沈下過程を表す期待値パス $E\mathbf{y} = (Ey_i^0, \dots, Ey_i^T)$ をとりあげ，期待値パス上における条件付最適補修政策を定義する．期待値パス $E\mathbf{y}$ を与件として，再帰方程式 (2.31), (2.32) を解くことにより条件付最適補修政策 $\xi_i^*(E\mathbf{y}) = \{\xi_i^{s^*0}(h_i^0, Ey_i^0), \dots, \xi_i^{s^*T}(h_i^T, Ey_i^T)\}$ を得ることができる．条件付最適補修政策 $\xi_i^*(E\mathbf{y})$ を，以下では平均的最適補修政策と呼ぶこととする．また，期待値パスに対して定義された期待ライフサイクル費用 $V_i^{E0}(1, Ey_i^0)$ を，平均的ライフサイクル費用と呼ぶこととする．

2.4.3 ライフサイクル費用のリスク評価

初期時点における健全度 $\mathbf{h}^0 = (h_1^0, \dots, h_I^0)$ ，地盤沈下量 $\mathbf{y}^0 = (y_1^0, \dots, y_I^0)$ を与件とし，対象施設全体の期待ライフサイクル費用 $V_0(\mathbf{h}^0, \mathbf{y}^0) = \sum_{i=1}^I V_0(h_i^0, \mathbf{y}^0)$ を求める．事業者は，地盤沈下，舗装劣化という 2 種類のリスクに直面する．ここで，各メッシュに対して L 組の地盤沈下サンプルパスを発生させる．さらに，1 組の地盤沈下サンプルパスに対して M 本のサンプルパスをモンテカルロシミュレーションにより発生させる．地盤沈下，舗装劣化のサンプルパス $(g, l_i^g) \in \Xi_i$ ($g = 1, \dots, L; l_i^g = 1, \dots, M$) に対して 4.4.2 で言及したような最適補修政策 $s_i^* = (s_i^{1*}, \dots, s_i^{T-1*})$ を求める．ただし， Ξ_i はメッシュ i におけるサンプルパスの集合である．その結果，各サンプルパス (g, l_i^g) 上で実現する地盤沈下量，舗装健全度を $(\hat{h}_i^{l_i^g, t}, \hat{\mathbf{y}}_i^{g, t})$ ($t = 0, \dots, \bar{T}$) と表す．この時，初期時点における期待ライフサイクル費用は，

$$V_0(\mathbf{h}^0, \mathbf{y}^0) = \sum_{i=1}^I \left\{ \frac{1}{LM} \sum_{g=1}^L \sum_{l_i^g=1}^M \sum_{t=0}^{\bar{T}} \gamma^t c_i^{s^*}(\hat{h}_i^{l_i^g, t}, \hat{\mathbf{y}}_i^{g, t}) \right\} \quad (2.35)$$

となる．つぎに，ライフサイクル費用リスクを評価するために，シナリオ (g, l_i^g) 上における T ($0 \leq T \leq \bar{T}$) 期までの累積ライフサイクル費用を，

$$C_{i,T}^{g, l_i^g} = \sum_{t=0}^T \gamma^t c_i^{s^*}(\hat{h}_i^{l_i^g, t}, \hat{\mathbf{y}}_i^{g, t}) \quad (2.36)$$

と定義する．さらに，メッシュ i の合計 LM 個のシナリオに対して，期間 T までのライフサイクル費用の現在価値に関するサンプル $C_{i,T}^{g,l_i^g} \in C_T$ を求める．ただし， $C_T = \{C_{i,T}^{g,l_i^g}, (g, l_i^g) \in \Xi_i\}$ はサンプル集合である．さらに，期間 T までのライフサイクル費用の初期時点現在価値を

$$C_T(F) = \sum_{i=1}^I C_{i,T}^{g,l_i^g} \quad (2.37)$$

と定義する．ただし， $F = \{(g, l_i^g) : (i = 1, \dots, I)\}$ である．ここで， E 個の離散的なカテゴリー $[C_{T_{e-1}}, C_{T_e})$, $(e = 1, \dots, E)$ を設定する．ただし， C_{T_e} は十分大きい正数であり， $0 = C_{T_0} < C_{T_1} < \dots < C_{T_e} < C_{T_{e+1}} < \dots < C_{T_E} < \infty$ が成立する．その上で，各カテゴリーが出現する相対頻度 R_e ($e = 1, \dots, E$) を

$$R_e = \frac{\#\{F \in \Xi | C_{T_{e-1}} \leq C_T(F) < C_{T_e}\}}{LM} \quad (2.38)$$

と定義する．ただし， $\#\{A\}$ は集合 A の要素数を指示する記号である．以上で求めた相対頻度分布 R_e ($e = 1, \dots, E$) は，期間 T までのライフサイクル費用リスクを表す確率密度関数 $\rho(C_T(F) | \mathbf{h}^0, \mathbf{y}^0)$ の離散近似を与える．期間を $\bar{T}$ に設定すれば，契約開始時点で評価したライフサイクル費用リスクを評価することが可能となる．以上の計算の手順を図 4-4 に示す．さらに，期間 T までの累積収益 $C_T(F)$ の $100(1 - 2\alpha)\%$ 信頼区間に関しては，標本順序統計量

$$\underline{C_T}(\alpha) = \arg\sup_{C_T^*} \left\{ \frac{\#\{F \in \Xi | C_T(F) \leq C_T^*\}}{LM} \leq \alpha \right\} \quad (2.39)$$

$$\overline{C_T}(\alpha) = \arg\inf_{C_T^{**}} \left\{ \frac{\#\{F \in \Xi | C_T(F) \geq C_T^{**}\}}{LM} \leq \alpha \right\} \quad (2.40)$$

を用いて定義できる．なお，記号「arg」は，操作「sup」，あるいは「inf」を達成する変数値を指示する記号である．たとえば，式 (2.39) の場合，右辺が満足するような C_T^* の上界値を指示している．

2.5 モデルのベイズ更新

2.5.1 ベイズ更新の考え方

最適補修契約モデルは，地盤沈下過程，舗装劣化過程の不確実性を考慮した確率動的計画モデルとして定式化できる．このうち，地盤沈下過程は，混合地盤沈下モデルを用いて地盤沈下パスの確率分布モデルとして表現される．一方，舗装劣化過程は非斉次マルコフ劣化モデルとして記述される．本研究では，筆者らが提案したハイブリッド劣化予測モデルを用いて，これら 2 つの確率過程を表現する．初期時点においては，地盤沈下過程，舗装劣化過程に関するモニタリングデータが存在しない．そこで，ハイブリッド予測モデルでは，力学的劣化予測モデル (1 次モデル) を用いて，地盤沈下過程，舗装の劣化過程に関す

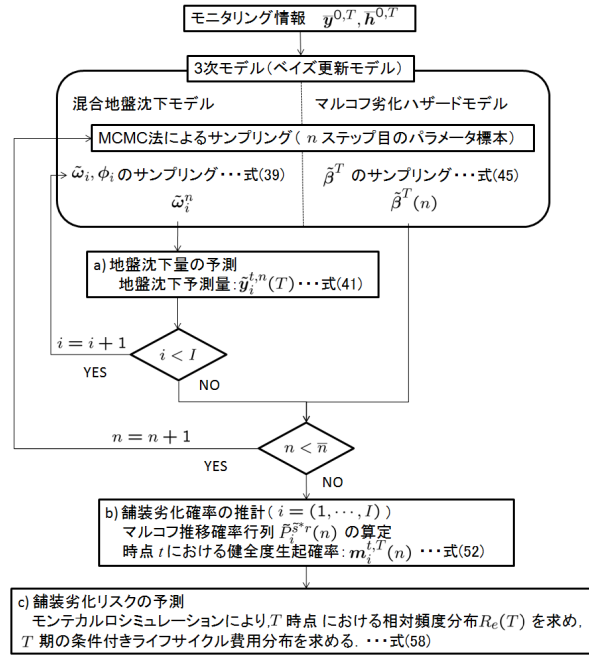


図 2-5 ベイズ更新の手順

るサンプルパスを作成する．その際，地盤定数，航空機荷重等の不確実性を考慮して，モンテカルロシミュレーションにより，多くのサンプルパスを発生させる．初期時点においては，モニタリングデータが存在しないため，1次モデルで作成したサンプル情報のみを用いて，混合地盤劣化モデルとマルコフ劣化モデルをベイズ推計することにより統計的劣化予測モデル(2次モデル)を作成する．図 2-5 には，混合地盤劣化モデルとマルコフ劣化モデルで作成される統計的劣化予測モデルのベイズ推計と，新たなモニタリング情報を用いた統計的劣化予測モデルのベイズ更新の手順を説明している．2.4.3 で提案した最適補修モデルは，このようにベイズ推計した混合地盤劣化モデルとマルコフ劣化モデルを用いて表現される．さらに，空港供用開始後，新たにモニタリングデータが追加される．現実の地盤沈下量や舗装劣化過程が，1次モデルの予測結果と一致する保証はない．そこで，空港供用後に獲得できるモニタリングデータと，1次モデルの予測情報の双方を用いて，混合地盤沈下モデルとマルコフ劣化モデルをベイズ更新して3次モデルを作成することにより，地盤沈下過程，舗装の劣化過程の推計精度を逐次向上していくことが可能となる．

いま，1次モデルの地盤沈下予測情報，舗装劣化予測情報をそれぞれ y, h と表す．さらに，空港供用開始後の期間 T までのモニタリングデータを $\bar{y}^{0,T}, \bar{h}^{0,T}$ と表す．ただし，地盤沈下のモニタリングデータは $\bar{y}^{0,T} = \{\bar{y}_i^{0,T} : i = 1, \dots, I\}$, $\bar{y}_i^{0,T} = \{\bar{y}_i^0, \dots, \bar{y}_i^T\}$ と定義される．また，舗装劣化モニタリングデータは $\bar{h}^{0,T} = \{\bar{h}_i^{0,T} : i = 1, \dots, I\}$, $\bar{h}_i^{0,T} = \{\bar{h}_i^0, \dots, \bar{h}_i^T\}$ と定義される．ここに，記号「 $\bar{\cdot}$ 」は，実測値であることを意味している．

本節では，まず1次モデルで作成したデータ y, h に，その後のモニタリングデータ $\bar{y}^{0,T}, \bar{h}^{0,T}$ を追加したデータベースを用いて，混合地盤沈下モデル，マルコフ劣化モデルをベイズ推

計する方法を提案する．初期時点では 1 次モデルで作成した地盤沈下予測情報 y と舗装劣化予測情報 h を用いて 2 次モデルをベイズ推計することになる．供用開始後は， y , h と $\bar{y}^{0,T}, \bar{h}^{0,T}$ の双方を用いて 3 次モデルをベイズ推計する．2 次モデル，3 次モデルは，用いるサンプル情報が異なるだけであり，いずれも同一の方法でベイズ推計することになる．したがって，以下では，3 次モデルのベイズ推計法について記述することとする．なお，表記の便宜上，すべてのメッシュの T 期までの地盤沈下量，舗装健全度に関するモニタリングデータベクトルを，それぞれ $\bar{y}^{0,T}, \bar{h}^{0,T}$ と表す．ただし， $\bar{y}_i^{0,T} = \{\bar{y}_i^0, \dots, \bar{y}_i^T\}$, $\bar{h}_i^{0,T} = \{\bar{h}_i^0, \dots, \bar{h}_i^T\}$ である．

2.5.2 混合地盤沈下モデルのベイズ推計

1 次情報 y とモニタリングデータ $\bar{y}^{0,T}$ を用いて，混合地盤沈下モデルのベイズ推計^{33)–35)}を行う．混合地盤沈下モデルのベイズ推計に関しては，参考文献²⁾で詳細に検討している．その内容を簡単に紹介する．いま，重みベクトル ω_i と確率誤差項の分散の逆数 ϕ_i を与件とした時，モニタリング結果 $\bar{y}_i^{0,T}$ が観測される尤度は，

$$\mathcal{L}(\bar{y}_i^{0,T} | \omega_i, \phi_i) \propto \prod_{t=0}^T \phi_i^{1/2} \exp \left[-\frac{\phi_i}{2} \left\{ \bar{y}_i^t - \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k) \right\}^2 \right] \quad (2.41)$$

と表される．ただし，関数 $f_i(t, k)$ は 1 次情報 y で作成した地盤沈下サンプルパスである． ω_i の事前確率密度関数が，ディリクレ分布 (2.3)，分散の逆数 ϕ_i がガンマ分布 (2.4) に従う場合， $\omega_i, \phi_i (= \sigma_i^{-2})$ の事後分布は

$$\begin{aligned} \psi(\omega_i, \phi_i | \bar{y}_i^{0,T}) &\propto \mathcal{L}(\bar{y}_i^{0,T} | \omega_i, \phi_i) D(\omega_i | \alpha) g(\phi_i | \zeta, \gamma) \\ &\propto \phi_i^{\zeta + (T-1)/2} \exp \left[-\phi_i \left\{ \gamma + \frac{1}{2} \sum_{t=0}^T \left(\bar{y}_i^t - \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k) \right)^2 \right\} \right] \prod_{k=1}^K \omega_i(k)^{\alpha_k - 1} \end{aligned} \quad (2.42)$$

と表せる．初期時点では，尤度 $\mathcal{L}(\bar{y}_i^{0,T} | \omega_i, \phi_i)$ が定義できないため， ω_i, ϕ_i は，それぞれ事前分布に従うことになる．本研究では，ギブスサンプリング^{36)–39)}を用いて，パラメータ ω_i, ϕ_i の標本値を事後分布 (2.42) よりサンプル抽出する．ギブスサンプリングにより求めた地盤沈下モデルのパラメータ標本を $\tilde{\omega}_i(n), \tilde{\phi}_i(n)$ と表す．ただし， n は MCMC 法により求めたサンプル番号を表し， $n = \underline{n} + 1, \dots, \bar{n}$ のパラメータ標本をベイズ推計に用いる．

つぎに， T 期における混合地盤モデルのベイズ更新により作成したパラメータ標本 $\tilde{\omega}_i(n)$ を用いて，メッシュ i ($i = 1, \dots, I$) の地盤沈下予測量 $\hat{y}_i(T, n) = \{\hat{y}_i^{T+1, n}(T), \dots, \hat{y}_i^{\bar{T}, n}(T)\}$ を作成する問題を考える．ただし， $\hat{y}_i^{t, n}(T)$ ($t = T, \dots, \bar{T}$) は，重み標本 $\tilde{\omega}_i(n)$ を用いて t ($> T$) 期の平面メッシュ i の地盤沈下量を予測した結果である． T 期の地盤沈下量の実測値 $\bar{y}_i^T$ と重み標本 $\tilde{\omega}_i^n(k)$ を与件とすれば， T 期における混合地盤沈下モデルの予測残差 $\tilde{\varepsilon}_i^T(n)$ は，

$$\tilde{\varepsilon}_i^T(n) = \bar{y}_i^T - \sum_{k=1}^K \tilde{\omega}_i^n(k) f_i(T, k) \quad (2.43)$$

と表される．重み標本 $\tilde{\omega}_i^n$ を与件とすれば， T 期以降の $t (> T)$ 期における予測値 $\tilde{y}_i^{t,n}(T)$ は，次式で示す混合地盤沈下モデルで表される．

$$\tilde{y}_i^{t,n}(T) = \sum_{k=1}^K \tilde{\omega}_i^n(k) f_i(t, k) + \tilde{\varepsilon}_i^T(n) \quad (2.44)$$

以上の手順を経て，地盤沈下予測量 $\tilde{y}_i(T, n)$ を得る．この時， T 期において地盤沈下量 $\tilde{y}_i^T$ を観測した場合に，それ以降の $t (t > T)$ 期における地盤沈下量 $\tilde{y}_i^t(T)$ に関する確率分布関数 $H_i(\tilde{y}_i^t(T)|\tilde{y}_i^T)$ は，

$$H_i(\tilde{y}_i^t(T)|\tilde{y}_i^T) = \frac{\#\{\tilde{y}_i^{t,n}(T) \leq \tilde{y}_i^t(T), n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (2.45)$$

と表される．

2.5.3 マルコフ劣化モデルのベイズ推計

1 次情報 y, h とモニタリングデータ $\tilde{y}^{0,T}, \tilde{h}^{0,T}$ を用いて，マルコフ劣化モデルをベイズ推計する．マルコフ劣化モデルのベイズ推計法に関しては，貝戸・小林が提案した方法⁷⁾を用いるが，以下にその概要を紹介しておく．地盤沈下過程に関する情報 $y, \tilde{y}^{0,T}$ は，マルコフ劣化ハザードモデルの説明変数の一部として用いる．そこで，説明変数に関する情報 $x, \tilde{x}^{0,T} = \{\tilde{x}_i^t : i = 1, \dots, I; t = 0, \dots, T\}$ をプールした新しいデータセット $(\tilde{x}^{0,T}, x)$ を定義する．一方，舗装健全度に関しても，1 次情報 h とモニタリングデータ $\tilde{h}^{0,T} = \{\tilde{h}_i^t : t = 0, \dots, T\}$ が利用可能である．そこで，新しい添字 r を用いて，データセットに含まれる健全度，説明変数ベクトルの組を $(h_i^r, x_i^r) (r = 1, \dots, \bar{R})$ と再定義する． $\bar{R}$ はプール後のサンプル数を表す．以上の情報を用いて，マルコフ劣化ハザードモデルのパラメータベクトル $\tilde{\beta}^T = \{\tilde{\beta}^{j,T} : j = 1, \dots, J-1\}$ をベイズ推計する問題を考える．添字 T は T 期までのモニタリングデータを用いてベイズ推計したパラメータ値であることを意味している．パラメータベクトル $\tilde{\beta}^T$ の事後密度関数 $\psi(\beta^T|\tilde{x}^{0,T}, x)$ は，

$$\psi(\beta^T|\tilde{x}^{0,T}, x) \propto \mathcal{L}(\tilde{x}^{0,T}, x|\beta^T) \prod_{j=1}^{J-1} g(\beta^{j,T}|\mu^j, \Sigma^j) \quad (2.46)$$

と表すことができる．ここに， $\mathcal{L}(\tilde{x}^{0,T}, x|\beta^T)$ は，モニタリングデータ $\tilde{x}^{0,T}$ と 1 次情報 x の双方をプールしたデータセットを用いて定義される尤度関数である．一方， $g(\beta^{j,T}|\mu^j, \Sigma^j)$ は， $\beta^{j,T}$ の事前分布であり， Q 次元正規分布 $\mathcal{N}_Q(\mu^j, \Sigma^j)$ に従うと仮定する． Q 次元正規分布 $\mathcal{N}_Q(\mu^j, \Sigma^j)$ の確率密度関数は，

$$g(\beta^{j,T}|\mu^j, \Sigma^j) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{Q}{2}} \sqrt{|\Sigma^j|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta^{j,T} - \mu^j)(\Sigma^j)^{-1}(\beta^{j,T} - \mu^j)'\right\} \quad (2.47)$$

で与えられる．ただし， μ^j は $\mathcal{N}_Q(\mu^j, \Sigma^j)$ の事前期待値ベクトル， Σ^j は事前分散共分散行列である．記号 $'$ は転置操作を表す．したがって，事後分布は

$$\psi(\beta^T|\tilde{x}^{0,T}, x) \propto \prod_{j=1}^{J-1} \prod_{l=j}^J \prod_{i=1}^I \left[\prod_{r=1}^T \left\{ \sum_{v=j, s=j, \neq v}^l \frac{\tilde{\lambda}_i^s(r)}{\tilde{\lambda}_i^s(r) - \tilde{\lambda}_i^v(r)} \exp(-\tilde{\lambda}_i^v(r)) \right\}^{\delta_i^{jl}(r)} \right]$$

$$\cdot \prod_{j=1}^{J-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta}^{j,T} - \boldsymbol{\mu}^j) (\boldsymbol{\Sigma}^j)^{-1} (\boldsymbol{\beta}^{j,T} - \boldsymbol{\mu}^j)' \right\} \quad (2.48)$$

となる．ただし， $\tilde{\lambda}_i^s(r) = \tilde{\lambda}_i^{s,r}(\bar{\mathbf{y}}^r)$ は，モニタリングデータを用いてベイズ推計された r 期のハザード率， $\delta_i^{jl}(r)$ は，隣接する 2 つの時点の健全度データに対して $h_i^r = j, h_i^{r+1} = l$ の時に 1，そうでないときに 0 となるダミー変数である．ギブスサンプリングにより，事後確率密度関数 (2.48) から抽出したパラメータ標本を $\tilde{\boldsymbol{\beta}}^T(n)$ ($n = \underline{n}, \dots, \bar{n}$) と表す．添字 T は， T 期までのモニタリングデータを用いてベイズ推計したことを表している．

このとき，パラメータ $\boldsymbol{\beta}^T$ の同時確率分布関数 $G^T(\boldsymbol{\beta})$ は

$$G^T(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\#\{\tilde{\boldsymbol{\beta}}^T(n) \leq \boldsymbol{\beta}, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (2.49)$$

と表すことができる．ただし， $\#\{\tilde{\boldsymbol{\beta}}^T(n) \leq \boldsymbol{\beta}, n \in \mathcal{M}\}$ は論理式 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}^T(n) \leq \boldsymbol{\beta}, n \in \mathcal{M}$ が成立するパラメータ標本の総数である．また，パラメータ $\boldsymbol{\beta}^{j,T}$ の事後分布の期待値ベクトル $\tilde{\boldsymbol{\mu}}(\boldsymbol{\beta}^{j,T})$ ，分散・共分散行列 $\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}(\boldsymbol{\beta}^{j,T})$ は，それぞれ

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\mu}}(\boldsymbol{\beta}^{j,T}) &= \{\tilde{\mu}(\beta_1^{j,T}), \dots, \tilde{\mu}(\beta_Q^{j,T})\}' \\ &= \left\{ \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\tilde{\beta}_1^{j,T}(n)}{\bar{n} - \underline{n}}, \dots, \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\tilde{\beta}_Q^{j,T}(n)}{\bar{n} - \underline{n}} \right\}' \end{aligned} \quad (2.50)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}(\boldsymbol{\beta}^{j,T}) = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}^2(\beta_1^{j,T}) & \dots & \tilde{\sigma}(\beta_1^{j,T} \beta_Q^{j,T}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}(\beta_Q^{j,T} \beta_1^{j,T}) & \dots & \tilde{\sigma}^2(\beta_Q^{j,T}) \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

と表される．ただし，

$$\tilde{\sigma}^2(\beta_q^{j,T}) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\{\tilde{\beta}_q^{j,T}(n) - \tilde{\mu}(\beta_q^{j,T})\}^2}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (2.52)$$

$$\tilde{\sigma}(\beta_q^{j,T} \beta_r^{j,T}) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\{\tilde{\beta}_q^{j,T}(n) - \tilde{\mu}(\beta_q^{j,T})\} \{\tilde{\beta}_r^{j,T}(n) - \tilde{\mu}(\beta_r^{j,T})\}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (2.53)$$

である．以上で求めた期待値 $\tilde{\boldsymbol{\mu}}(\boldsymbol{\beta}^{j,T})$ を，パラメータ $\boldsymbol{\beta}^{j,T}$ のベイズ推計値と考え

$$\tilde{\boldsymbol{\beta}}^{j,T} = \tilde{\boldsymbol{\mu}}(\boldsymbol{\beta}^{j,T}) \quad (2.54)$$

と表記する．

2.5.4 最適維持補修モデルの更新

以上で求めた T 期以降における地盤沈下予測量ベクトル $\hat{\mathbf{y}}_i(T, n)$ を与件と考える．さらに，マルコフ劣化モデルのパラメータベクトル $\tilde{\boldsymbol{\beta}}^{j,T}$ を用いて，舗装劣化パスを発生させる．図 2-5 にはベイズ予測の方法を整理している．マルコフ劣化ハザードモデルは，

$$\tilde{\lambda}_i^{j,t}(T, n) = \tilde{\mathbf{x}}_i^t(T, n) \tilde{\boldsymbol{\beta}}^{j,T} \quad (2.55)$$

と表される．ただし， $\tilde{x}_i^t(T, n)$ は， t ($T < t \leq \bar{T}$) 期における地盤沈下予測量 $\tilde{y}_i^t(T, n)$ を用いて定義された説明変数ベクトルである．地盤沈下が継続すれば，説明変数値は時間とともに変化する．マルコフ劣化ハザードモデル $\tilde{\lambda}_i^{j,t}(T, n)$ が求まれば，マルコフ劣化モデル (2.9) を用いて，期間 $[t, t+1)$ 中に生起する舗装劣化過程を生起マルコフ推移確率行列 $\mathbf{p}_i^t(T, n)$ として定義できる．ここでは，パラメータ標本 n に依存していることを明示的に表すため添字 n が用いられている．

いま，任意の時点 $t \geq T$ におけるメッシュ i の健全度 j の生起確率 $\tilde{m}_i^{j,t}(T, n)$ と表す．ただし， $\sum_{j=1}^J \tilde{m}_i^{j,t}(T, n) = 1$ が成立する．現在時点 T において，着目しているメッシュ i の健全度が $\bar{h}_i^T = j$ であれば， T 期における生起確率は，

$$\bar{\mathbf{m}}_i^T = (0, \dots, 1, \dots, 0) \quad (2.56)$$

と表される．上式では，第 j 番目の要素のみが 1 となっている．この時，将来時点 t における健全度生起確率 $\tilde{\mathbf{m}}_i^{t,T}(n) = \{\tilde{m}_i^{1,t}(T, n), \dots, \tilde{m}_i^{J,t}(T, n)\}$ は，修正された最適補修政策 $\tilde{s}^*$ に対して定義されるマルコフ推移確率行列 $\tilde{\mathbf{P}}_i^{\tilde{s}^*r}$ ($r = T, \dots, t \leq \bar{T}$) を用いて，

$$\tilde{\mathbf{m}}_i^{t,T}(n) = \bar{\mathbf{m}}_i^T \tilde{\mathbf{P}}_i^{\tilde{s}^*T}(n) \cdots \tilde{\mathbf{P}}_i^{\tilde{s}^*t-1}(n) \quad (2.57)$$

と表現できる．その結果，各メッシュの T 期以降の健全度生起確率の流列 $\{\bar{\mathbf{m}}_i^T, \tilde{\mathbf{m}}_i^{T+1,T}(n), \dots, \tilde{\mathbf{m}}_i^{\bar{T},T}(n)\}$ を求めることができる．

T 期までの地盤沈下量，舗装健全度に関するモニタリングデータベクトル $\tilde{\mathbf{y}}^{0,T}, \bar{\mathbf{h}}^{0,T}$ が得られ，地盤沈下過程，舗装の劣化過程がベイズ更新された時， T 期以降にメッシュ i において達成可能な期待ライフサイクル費用の最小値 $V_i^T(\bar{h}_i^T, \tilde{\mathbf{y}}^T)$ は

$$V_i^T(\bar{h}_i^T, \tilde{\mathbf{y}}^T) = \min_{s \in S} \left\{ E^{T,\bar{T}} \left[\sum_{t=T+1}^{\bar{T}} \gamma^{t-T} c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^t) \right] \right\} \quad (2.58)$$

と表される．また， $(h_i^t, \mathbf{y}^t)$ は，それぞれ t ($T < t \leq \bar{T}$) 期における健全度，および地盤沈下量を表す．ただし，記号 $E^{T,\bar{T}}[\cdot]$ は， T 期以降における地盤沈下過程，および舗装の劣化・補修過程に関する期待値操作を表す．すなわち，地盤沈下過程 $\mathbf{y}^t$ は，ギブスサンプリングで得られた地盤沈下サンプルパス $\tilde{\mathbf{y}}(T, n)$ に従って変化する．また，舗装の劣化・補修過程は，地盤沈下サンプルパスのそれぞれに対応して，式 (2.57) で表現される．したがって， T 期において解くべき維持補修モデルは，

$$\min_{s \in S} \left\{ E^{T,\bar{T}} \left[\sum_{i=1}^I \sum_{t=T+1}^{\bar{T}} \gamma^{t-T} c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^t) \right] \right\} \quad (2.59)$$

subject to

$$j_i^t < J \quad (t = 1, \dots, \bar{T} - 1) \quad (2.60)$$

$$j_i^{\bar{T}} \leq Z \quad (i = 1, \dots, I) \quad (2.61)$$

と表される．

2.5.5 ライフサイクル費用リスクの更新

T 期における健全度 $\bar{\mathbf{h}}^T = \{\bar{h}_1^T, \dots, \bar{h}_I^T\}$, 地盤沈下量 $\bar{\mathbf{y}}^T = \{\bar{y}_1^T, \dots, \bar{y}_I^T\}$ を与件とする．対象施設全体の期待ライフサイクル費用 $V^T(\bar{\mathbf{h}}_i^T, \bar{\mathbf{y}}^T) = \sum_{i=1}^I V_i^T(\bar{\mathbf{h}}_i^T, \bar{\mathbf{y}}^T)$ を求める．各メッシュに対して T 期を起点とする L 組の地盤沈下サンプルパスを発生させる．さらに，1つの地盤沈下サンプルパスに対して M 本の舗装劣化サンプルパスをモンテカルロシミュレーションにより発生させる．地盤沈下，舗装劣化のサンプルパス $(g, l_i^g) \in \Xi_i$ ($g = 1, \dots, L; l_i^g = 1, \dots, M$) に対して最適補修政策 $s_i^* = (s_i^{T*}, \dots, s_i^{\bar{T}-1*})$ を求める．各サンプルパス (g, l_i^g) 上で実現する地盤沈下量，舗装健全度を $(\hat{h}_i^{l_i^g, t}, \hat{\mathbf{y}}^{g, t})$ ($t = T, \dots, \bar{T}$) と表す．シナリオ (g, l_i^g) 上における T ($0 \leq T \leq \bar{T}$) 期までに要した補修費用の実績値の初期時点における現在価値を，

$$\bar{C}_{i,T} = \sum_{t=0}^T \gamma^t \bar{c}_i^{s^*}(\bar{\mathbf{h}}_i^t, \bar{\mathbf{y}}^t) \quad (2.62)$$

と定義する．その上で， T 期を起点とするメッシュ i の合計 LM 個のシナリオに対して，期間 $\bar{T}$ までのライフサイクル費用の初期時点における現在価値のサンプル $C_{i,T}^{g, l_i^g} \in C_T$ は，

$$C_{i,T}^{g, l_i^g} = \sum_{t=0}^{\bar{T}-T} \gamma^{t+T} c_i^{s^*}(\hat{h}_i^{l_i^g, t}, \hat{\mathbf{y}}^{g, t}) \quad (2.63)$$

と定義できる．ただし， $C_T = \{C_{i,T}^{g, l_i^g}, (g, l_i^g) \in \Xi_i\}$ はサンプル集合である．したがって，期間 T までのライフサイクル費用の実績値 $\bar{C}_{i,T}$ とプロジェクト残期間におけるライフサイクル費用の和 (以下， T 期における条件付きライフサイクル費用と呼ぶ) に関するサンプルを

$$C_{\bar{T}}(\mathbf{F}; T) = \bar{C}_{i,T} + \sum_{i=1}^I C_{i,T}^{g, l_i^g} \quad (2.64)$$

と定義する．ただし， $\mathbf{F} = \{(g, l_i^g) : (i = 1, \dots, I)\}$ である．この時，相対頻度分布 $R_e(T)$ ($e = 1, \dots, E$) を

$$R_e(T) = \frac{\#\{\mathbf{F} \in \Xi | C_{T_{e-1}} \leq C_{\bar{T}}(\mathbf{F}; T) < C_{T_e}\}}{LM} \quad (2.65)$$

は， T 期における条件付きライフサイクル費用の確率密度関数の離散近似を与える．

2.6 適用事例

2.6.1 適用事例の概要

本研究では，臨海部空港である H 空港を適用事例としてとりあげる．同空港では，近距離国際旅客便の就航と深夜早朝時間帯を利用した国際貨物便就航を目的とし，エプロンを含む基本施設その他，空港保安施設，付帯施設，構内道路・駐車場および緑地の設計，施工，および 30 年間にわたる維持管理を対象とした PFI 事業を実施している．中でも，エプロン部は，航空機が駐機するエリアであり，高い耐流動性および耐油性が求められることから

コンクリート舗装が適用されている．同エプロンは，埋立地盤上に位置しており，地盤の不同沈下によるコンクリート舗装の疲労破壊が問題となる．そこで，下村等は，確率的1次元圧密モデルを用いて地盤の不同沈下を予測する混合地盤沈下モデルを開発している．コンクリートの疲労破壊は，地盤の不同沈下と航空機荷重，温度応力により発生する．すでに，舗装コンクリートの信頼性設計法^{40)～43)}として，疲労破壊輪数や舗装計画交通量に対して信頼度に応じた係数を適用する方法^{40),41)}，地盤・材料などに対して信頼度に応じた係数を適用する方法^{42),43)}が提案されている．信頼度は，舗装の性能指標が，性能規定として設定された値を下回らない確率として定義できる．空港コンクリート舗装（NC舗装）の性能指標は，1）使用性，2）安全性，3）快適性，4）環境に対する配慮等を念頭において定義される．空港の使用性・安全性については，円滑な航空機の移動が可能であるとともに，疲労破壊抵抗性を有していることが求められる．一方，快適性・環境への配慮に関しては，平坦性や振動・騒音の少ない舗装構造が求められる．すなわち，上記の使用性・安全性に着目すれば，信頼性の考え方は，構造設計に適用できると考えられ，空港コンクリート舗装が十分な疲労耐久性を有しているかによって，構造的な破壊に至るか否かを評価する．以上の信頼性解析の考え方で作成されたコンクリート舗装劣化モデルに関しては既発表であり，その詳細は参考文献⁵⁾を参照して欲しい．さらに，下村ら¹¹⁾は，以上の混合地盤沈下モデルとコンクリート舗装劣化モデルを総合化し，地盤の不同沈下過程とコンクリート舗装の劣化過程を同時に予測するハイブリッド予測モデルを提案し，コンクリート舗装の劣化過程を非斉次マルコフ過程として表現する方法を提案している．

本適用事例では，H空港におけるエプロン部に位置する $825m \times 400m$ の範囲をとりあげ，ハイブリッド予測モデルを用いて，地盤沈下過程，舗装劣化過程をシミュレートした．エプロン部の圧密沈下の検討に際しては，1辺が $25.5m \times 25.5m$ の平面メッシュを基本単位とし，2次元有限要素法による解析にあたっては，さらに平面メッシュを $8.5m \times 8.5m$ の微小メッシュに分割した．また，空港コンクリート舗装の劣化状態を，表2-1に示すような5段階の劣化状態で表現する．補修は，劣化状態2～4の場合はひび割れ部注入補修を，劣化状態5の場合はNC打ち換え補修を実施し，補修が実施されると劣化状態は1まで回復するものとする．維持費用を除いた補修費用（単位：万円）は， $c'_{21} = 27.9$ ， $c'_{31} = 61.9$ ， $c'_{41} = 95.9$ ， $c'_{51} = 3238.4$ である．ただし，ひび割れ部注入補修に用いられる注入剤には耐用年数があり，耐用年数が経つと再度注入する必要がある．当然ながら，注入工事のたびに補修費用が発生する．本適用事例では，注入剤の耐用年数を5年とし，割引因子 γ として割引率4%を用いている．また，補修の有無に関わらず，巡回点検や定期点検などの維持費用がかかり，維持費用（単位：万円）は1メッシュあたり $c = 1.4$ （単位：万円）である．また，初期時点における各平面メッシュの劣化状態は全て1である．

表 2-1 5 段階レーティング評価基準

健全度	区分	ひび割れ度 (cm/m ²)
1	A	1.1 未満
2	B1	1.1 ~ 4.4
3	B2	4.4 ~ 7.8
4	B3	7.8 ~ 11.1
5	C	11.1 以上

注) 空港舗装補修要領 (案)⁴⁴⁾においては, A: 補修の必要なし, B: 早いうちの補修が望ましい, C: できるだけ早急に補修の必要があるという 3 段階のレーティングによって管理しているが, 本研究においては, 上記 B ランクを更に 3 段階に等分し, 5 段階のレーティング指標とした。

表 2-2 マルコフ劣化ハザードモデル (2 次モデル) の推計結果

健全度 j	定数項 $\beta^{j,1}$	交通量 $\beta^{j,2}$	曲率 $\beta^{j,3}$
1	-1.761 (1.937)	- (0.8441)	4.035 (0.1758)
2	-2.467 (0.4712)	0.7550 (0.7014)	2.163 (0.2358)
3	-1.634 (0.1149)	- (1.195)	1.019 (0.9966)
4	-2.156 (0.9966)	- (1.195)	0.6506 (1.195)

注) 括弧内は Geweke 検定統計量³⁹⁾を表す。また, 交通量は時点 $t=30$ における交通量を, 曲率は当該サンプルにおける曲率の最大値を 1 として基準化している。

表 2-3 期待値パス上の最適補修政策 (初期時点)

再計画時点	健全度 $h_{41}^{\tilde{t}}$	30 期 $\xi_{41}^{s\tilde{t}}(h_{41}^{\tilde{t}})$	それ以外 $\xi_{41}^{s\tilde{t}}(h_{41}^{\tilde{t}})$
0 期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1

注) 30 期では健全度 5 のときにのみ補修を行う事後補修政策が, それ以外の期では予防補修政策が最適補修政策として採用される。

2.6.2 初期時点におけるライフサイクル費用評価

図 2-4 に示した手順に従って、最適維持補修政策を求めると同時に、ライフサイクル費用(以下、LCC と略す)のリスク評価を行った。最適維持補修モデルでは、地盤沈下過程、舗装の劣化過程の不確実性を考慮して、モンテカルロシミュレーションにより、各メッシュにおける地盤沈下サンプルパス、舗装劣化サンプルパスを発生させることが必要となる(地盤沈下過程と舗装劣化過程に関する詳細は参考文献¹¹⁾を参照されたいが、表 2-2 に初期時点におけるマルコフ劣化ハザードモデルの推計結果を示す。推計結果より、いずれの健全度においても曲率の影響が舗装劣化過程に影響を及ぼしていることが理解できる)。このようなサンプルパスのそれぞれに対して最適維持補修政策が求まることとなる。すなわち、現時点 $\bar{t}$ までの地盤沈下状態、舗装劣化状態と対応して、その時点でベイズ更新された最適維持補修モデルを用いて、その期における最適維持補修政策が求まる。このように最適維持補修モデルは、劣化過程に関する過去の履歴に応じて、各時点の最適政策が状況依存的に逐次求められるという構造を有している。しかし、初期時点において、地盤沈下過程と舗装劣化過程に関するデータは存在しない。そこで、モンテカルロシミュレーションを用いて発生させた地盤沈下サンプルパスを平均化した期待値パスを定義し、期待値パス上で求めた最適補修政策を用いて、初期時点における舗装維持管理計画を作成することとする。当然のことながら、地盤沈下、舗装劣化に関するモニタリングデータが得られれば、維持補修計画は逐次更新されることになる。このように求めた最適補修政策は、各メッシュごとに定義されるが、ここでは、もっとも地盤沈下量が大きいと予測される平面メッシュ $i = 41$ に着目する。表 2-3 に、同メッシュにおける最適補修政策を示している。同表は現在時点 $\bar{t}$ 期において観測される健全度 $h_i^{\bar{t}}$ に対して補修アクション s を実施した後の健全度 $\xi_i^{s\bar{t}}(h_i^{\bar{t}})$ を表示している。すなわち、 $\xi_i^{s\bar{t}}(h_i^{\bar{t}}) = h_i^{\bar{t}}$ となる場合は、当該の健全度 $h_i^{\bar{t}}$ に対して補修を実施しないことを意味する。一方、 $\xi_i^{s\bar{t}}(h_i^{\bar{t}}) = 1$ となる場合は、健全度 2~4 の場合はひび割れ部注入補修を、劣化状態 5 の場合は NC 打ち換え補修を実施し、健全度が 1 まで回復することを意味する。本研究では、契約期間が有限であるため、契約終了までの残期間の長さに対応して、最適政策が異なる結果となっている。すなわち、20,25,29,30 期においては、健全度 4 になっても補修が行われないが、それ以外の期間では健全度が 4 に到達した時点で予防補修工法が採用される結果となっている。

2.6.3 地盤沈下過程に関するベイズ更新

空港施設の供用が開始し、地盤沈下量、舗装の健全度に関するモニタリングデータが得られた場合を考える。地盤沈下量、舗装の劣化状態に関するデータが得られれば、混合地盤沈下モデル、マルコフ劣化モデルをベイズ更新し、これらモデルによる将来予測の精度を上げることができる。まず、地盤沈下過程の観測値が期待値パスから乖離していた場合

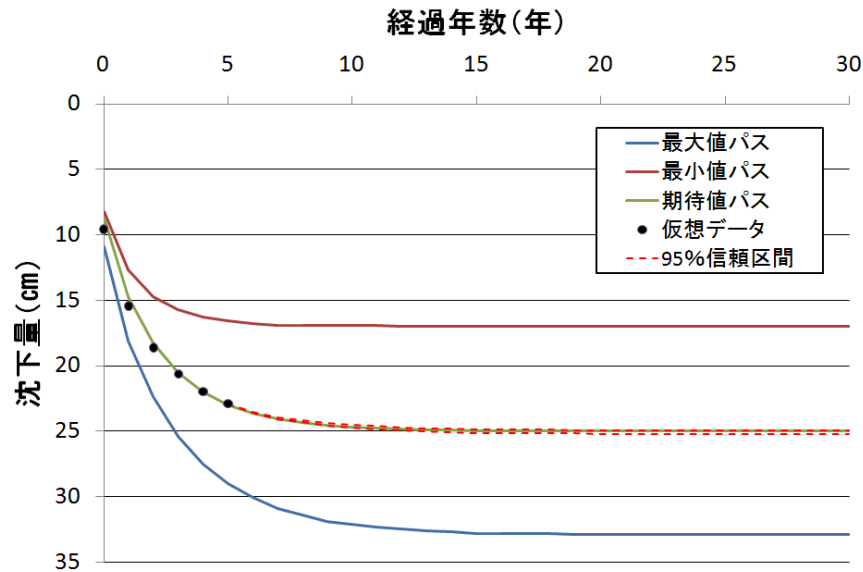


図 2-6 地盤沈下過程に関するベイズ更新

を考える．現実には，空港施設の供用が開始されておらず，モニタリングデータは利用可能ではない．そこで，不同沈下が期待値パスより大きくなる場合を仮想的に与え，施設の供用開始後，1～20 期にわたってモニタリングデータが得られた場合を想定する．具体的には，重みベクトル ω_i と分散パラメータ ϕ_i をそれぞれディリクレ分布，ガンマ分布から発生させ，30 期までの最大曲率が 6.78，全メッシュの平均曲率が 0.432 となるようなモニタリングデータが得られた場合を考える．ただし，当面の間，マルコフ劣化モデルに関しては，ベイズ更新を考えないこととする．

図 2-6 には，力学的地盤沈下モデル (1 次モデル) を用いて評価した地盤沈下量の最大値と最小値を表す最大値パス，最小値パスを表記している．同図には平均的な地盤沈下過程を表す期待値パスと，仮想的に想定した地盤沈下パス (5 期までのモニタリングデータ) を併記している．これらのモニタリングデータに基づいて，混合地盤沈下モデルのベイズ更新を行った．ベイズ更新後における 95 %信頼区間を構成する上・下限値パスも図 2-6 に示すが，ベイズ更新を行った結果，予測される地盤沈下パスの信頼領域の幅が狭まっている．

いま，ある期 $\bar{i}$ までのモニタリングデータが獲得され，それらのデータを用いて混合地盤沈下モデルをベイズ更新する場合を考える．当該期までの地盤沈下状態の実現値を与件とし，当該期 $\bar{i}$ 以降の地盤沈下サンプルパスを発生させる．モンテカルロシミュレーションでは，各メッシュごとに，このような当該期 $\bar{i}$ を起点とする地盤沈下サンプルパスを 100 本ずつ発生させ，これらのサンプルパスの平均値を求めることにより，当該期 $\bar{i}$ における地盤沈下量を起点とする地盤沈下過程の期待値パスを作成した．各サンプルパスごとに，最適補修政策を求めることができるが，ここでは期待値パス上で求めた最適補修政策を取りあげる．表 2-4 には，メッシュ $i = 41$ における最適補修政策の更新結果を一括して示してい

表 2-4 最適補修政策のベイズ更新結果 (期待値パス)

再計画時点	健全度 $h_{41}^{\tilde{t}}$	30 期 $\xi_{41}^{s\tilde{t}}(h_{41}^{\tilde{t}})$	それ以外 $\xi_{41}^{s\tilde{t}}(h_{41}^{\tilde{t}})$
1 , 2 期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1
再計画時点	健全度	3 ~ 10,30 期	それ以外
3 期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1
再計画時点	健全度	4 ~ 15,30 期	それ以外
4 期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1
再計画時点	健全度	5 ~ 20,30 期	それ以外
5 , 6 , 7 期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1
再計画時点	健全度	8 ~ 24,30 期	それ以外
8 期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1
再計画時点	健全度	9 ~ 25,30 期	それ以外
9 ~ 20 期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1

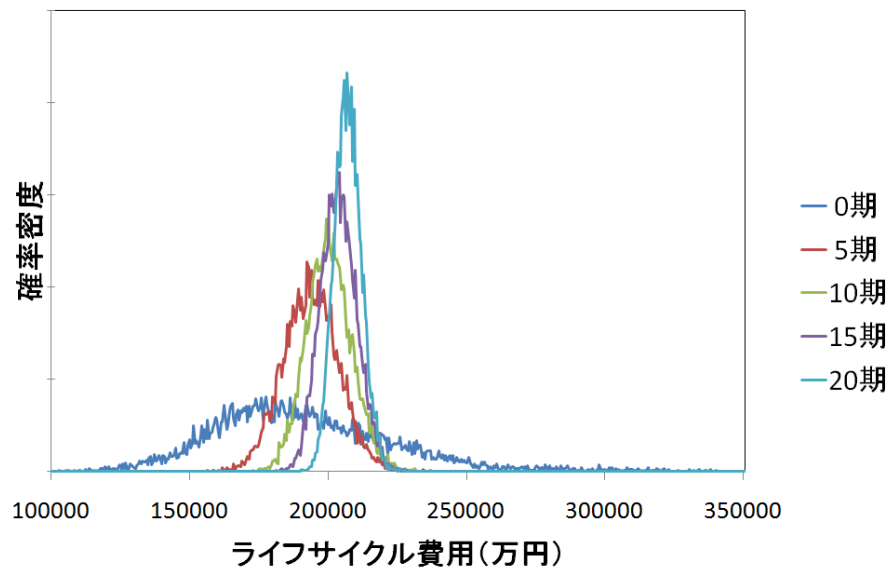


図 2-7 LCC のリスク評価 (その 1)

る．同表には，再計画時点までの地盤沈下に関するモニタリングデータを与件として，再計画時点を起点とする地盤沈下の期待値パスに対する最適補修政策を求めた結果を示している．同表に示すように，最適補修政策として 1) 健全度 5 の段階で事後補修する政策，2) 健全度 4 で予防補修するという 2 つ補修政策が選択されている．しかしながら，再計画時点が進展するに従って，それぞれの政策が選択される期間が異なっていることに留意する必要がある．

さらに，5 期，10 期，15 期，20 期を再計画時点としてとりあげ，それぞれの再計画時点を起点とする地盤沈下サンプルパス，および舗装劣化サンプルパスを発生させ，それぞれのサンプルパス上で発生する維持補修費用を求めた．その上で，再計画時点までに発生した維持補修費と再計画時点以降に発生する維持補修費の総和を初期時点における現在価値に割り引いた条件付き LCC を求めた．再計画時点以降に発生する維持補修費を確定的に予測することができないため，条件付き LCC も確率分布することとなる．このような考え方で，再計画時点を 5 期，10 期，15 期，20 期とした場合に，初期時点の現在価値で評価した LCC の確率分布を求めた結果を図 2-7 に示している．計画期間が進行するに従って，地盤沈下過程に関するモニタリングデータが増加していくため，地盤沈下パスの予測精度が増加していく．その結果，LCC の確率分布の分散も小さくなっていく．さらに，期待値パスより地盤沈下速度が大きいようなサンプルパスを実現する地盤沈下過程を想定したため，LCC の確率分布の平均値は，時間の経過に従って大きくなる（確率分布が右にシフトする）ことが理解できる．すなわち，初期時点における維持補修計画では，地盤沈下の影響を過小評価しており，モニタリングデータが増加するたびに，維持補修計画を更新することが必要となる．

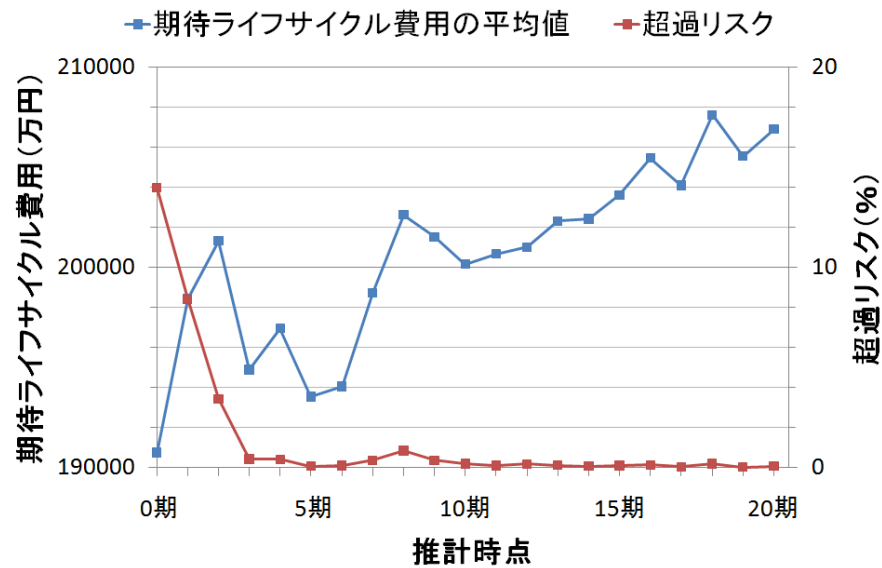


図 2-8 期待 LCC と予算超過リスク (その 1)

健全度 j	定数項 $\beta^{j,1}$	交通量 $\beta^{j,2}$	曲率 $\beta^{j,3}$
1	-1.761	-	6.053
2	-2.467	0.7550	5.409
3	-1.634	-	3.568
4	-2.156	-	0.9759

図 2-8 には、再計画時点として 1～20 期をとりあげ、各期における条件付き LCC の平均値と、累積維持補修費用が 22 億 5,000 万円を超過する確率（費用超過リスク）を示している。この図より、時間が経過するごとに条件付き LCC の期待値は増加するが、累積維持補修費の費用超過リスクは時間が経過しても増加していないことが見て取れる。つまり、地盤沈下過程に関してベイズ更新を行い、每期ごとに最適補修政策を更新することは、最悪シナリオを回避するのに有効であることを示している。

2.6.4 舗装劣化過程に関するベイズ更新

つぎに、施設の供用開始後、モニタリングを行った結果、地盤沈下過程は期待値パスどおりに推移しているが、舗装の劣化過程が初期時点の想定より早く進行する場合を想定する。仮想的に、舗装劣化過程を表すマルコフ劣化ハザードモデルのハザード率（表 2-2 参照）に対して、定数項、交通量に関するパラメータを固定し、曲率に関するパラメータを表 2-5 に示すように仮想的に想定した。つまり、2 次モデルで推計したマルコフ劣化ハザードモデルに対して、不同沈下が舗装の劣化に与える影響が当初の予定より大きくなるような状

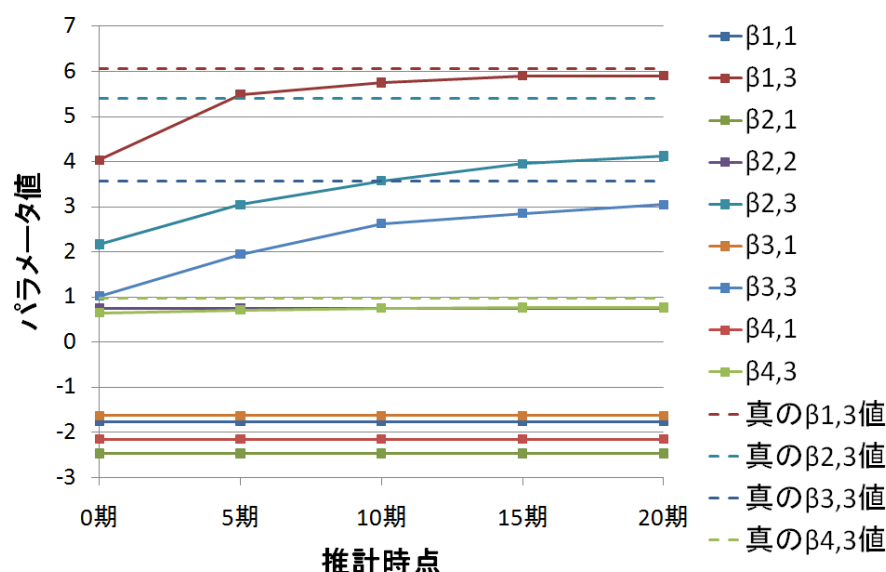


図 2-9 マルコフ劣化モデルの学習過程

況を想定している．表 2-5 に示した仮想的マルコフ劣化ハザードモデルを用いて，各メッシュの舗装劣化サンプルパスをモンテカルロシミュレーションによりランダムに発生させた．供用開始後，舗装劣化過程に関するモニタリングデータが入手可能となるが，5 年分のデータが蓄積された段階で舗装劣化過程に関するベイズ更新を行い，最適補修政策の更新を試みる．さらに，時間が経過して追加的に得られるモニタリングデータを用いて 5 期ごとに舗装劣化過程のベイズ更新を行うような状況を想定した．供用開始後，1～20 期にわたりモニタリングを実施することによって得られた情報に基づいて，マルコフ劣化ハザードモデルを 5 期ごとにベイズ更新した結果を図 2-9 に示す．舗装劣化過程に関するベイズ更新によって推計したパラメータ値の期待値が，時間が経過するにしたがって仮想的マルコフ劣化モデルのパラメータ値に近づいていることが読み取れる．図中の凡例にある「真のパラメータ値」は，モニタリングデータを発生させるために用いた仮想的マルコフ劣化ハザードモデルのパラメータを意味している．さらに，5 年ごとに，5 期，10 期，15 期，20 期を再計画時点としてとりあげ，その期までに観測されたモニタリングデータを用いてマルコフ劣化ハザードモデルをベイズ更新した．その上で，ベイズ更新されたマルコフ劣化ハザードを用いて，再計画時点以降におけるメッシュ $i = 41$ の最適補修政策をベイズ更新した結果を表 2-6 に示している．マルコフ劣化モデルのベイズ更新により，10 期以降において最適補修政策が変化している．また，各再計画時点 (5 期，10 期，15 期，20 期) を起点とする舗装劣化サンプルパスを 1 万本発生させることにより，条件付き LCC の確率分布を求めた．その結果を図 2-10 に示している．初期時点から，時間が経過するほど，条件付き LCC の確率分布は右方向に推移している．すなわち，初期時点で推計したマルコフ劣化ハザードモデルでは不同沈下が舗装の劣化に与える影響を過小評価しており，マルコフ劣化

表 2-6 最適補修政策のベイズ更新

再計画時点	健全度 h_{41}^i	30 期 $\xi_{41}^{s\bar{i}}(h_{41}^i)$	それ以外 $\xi_{41}^{s\bar{i}}(h_{41}^i)$
5 期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1
再計画時点	健全度	10,15,30 期	それ以外
10 期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1
再計画時点	健全度	15,20,30 期	それ以外
15 期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1
再計画時点	健全度	20,25,30 期	それ以外
20 期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1

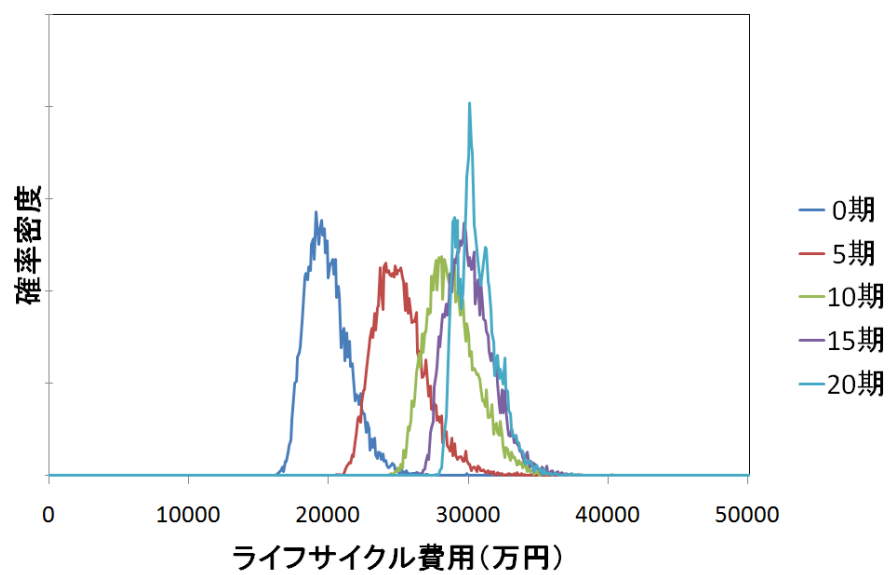


図 2-10 LCC のリスク評価 (その 2)

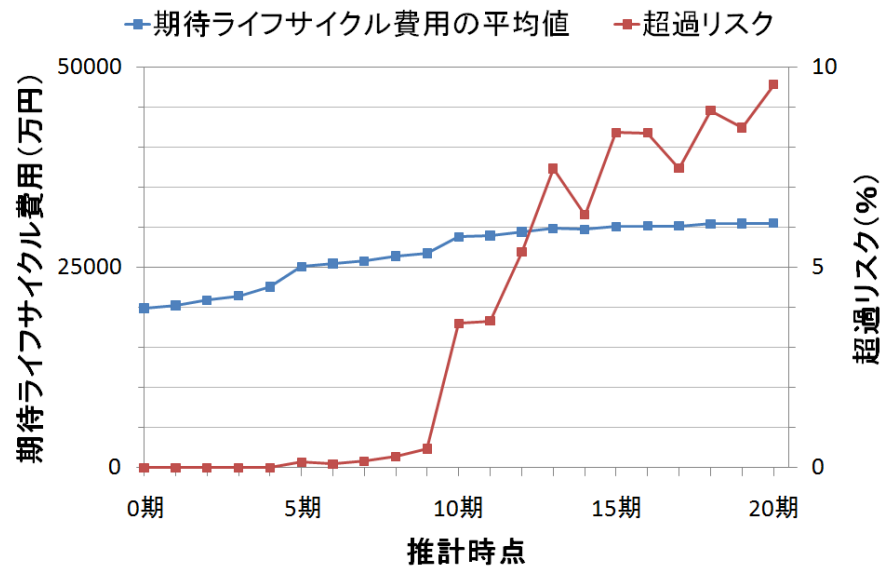


図 2-11 期待 LCC と予算超過リスク (その 2)

ハザードモデルをベイズ更新することにより，LCC の予測精度が向上した結果として期待 LCC が補正されることとなる．さらに，図 2-11 には，1～20 各期における条件付き LCC の期待値と累積維持補修費用が 3 億 2,500 万円を超過するリスクを示している．本節で用いたシナリオの下では，時間が経過するに従って，条件付き LCC の期待値が増加し，10 期以降において累積維持補修費用が 3 億 2,500 万円を超過するリスクが増加している．地盤沈下リスクに関しては，2 次圧密の問題が発生しなければ，時間が経過するに従って次第に地盤沈下が安定化していくため，費用超過リスクは次第に一定値に収束している．これに対して，コンクリート舗装の疲労破壊に関しては，契約終了期間に近づくにつれて費用超過リスクが顕在化していく．すなわち，性能規定契約の初期段階では混合地盤沈下モデルのベイズ更新による維持補修計画の修正が重要な課題となる．一方で，契約期間の後半では，コンクリート舗装の疲労破壊リスクが顕在化し，マルコフ劣化モデルのベイズ更新と，それに基づく最適補修政策の見直しが重要なアセットマネジメント課題となる．

2.7 おわりに

本研究では，臨海部空港における性能規定型維持管理契約を対象とした最適維持補修モデルを提案した．空港地盤の不同沈下過程がコンクリート舗装の劣化過程に影響を及ぼすため，空港地盤の不同沈下リスク，コンクリート舗装の疲労破壊リスクという 2 種類のライフサイクル費用リスクが存在する．そこで，これら 2 種類のリスクを考慮し，期待ライフサイクル費用を最小にするような最適維持補修政策を求める非斉次マルコフ決定モデルを提案した．本モデルでは，実際に観測される地盤沈下状態と舗装の健全度に応じて，最適補修政策が状況依存的に決定されることになる．本モデルを用いて，ライフサイクル費

用の確率分布を求めることができる．空港供用後に継続して地盤沈下過程と舗装劣化過程をモニタリングすることにより，混合地盤沈下モデルやマルコフ劣化モデルをベイズ更新することにより，最適補修政策やライフサイクル費用評価の精度を改善することが可能である．さらに，現実の空港舗装マネジメントを対象とした適用事例を用いて，本研究で提案した方法論の有効性を実証的に検討した．本研究で提案した方法論は，十分な実用性を有するものと考えるが，今後研究課題が残されている．第 1 に，適用事例の空港舗装は，供用が開始されておらず，現時点ではモニタリングデータが蓄積されていない．したがって，仮想データを用いて，モデルのベイズ更新を試みている．実モニタリングデータを用いたベイズ更新を行い，モデルの実用性について検討することが必要である．第 2 に，コンクリート舗装のハイブリッド劣化モデルはいくつかの前提条件の下に成立する．特に，混合地盤沈下モデルでは，地盤の 2 次圧密を考慮していない．事前の地盤工学的検討により，本研究の適用事例としてとりあげた臨海部空港では，2 次圧密の影響はほとんど無視し得ることが報告されている．しかし，2 次圧密を無視できないような環境では，ハイブリッド劣化モデルを定式化し直すことが必要である．第 3 に，補修履歴が舗装の劣化過程に及ぼす影響を考慮していない．適用事例では，ひび割れ部注入補修によって劣化状態が 1 に回復すると考えている．しかし，補修履歴が，その後の劣化過程に影響を及ぼす可能性がある．補修による影響を考慮した劣化モデルの開発が必要である．第 4 に，本研究では舗装構造に関する設計緒元を所与と考え，維持管理計画の最適化のみを考慮していた．ライフサイクル費用の最適化を図るためには，舗装構造の設計と維持補修政策の最適化を達成することが必要である．最後に，ベイズ更新の取り扱いを高度化すること必要である．モデル分析者は，初期時点において，将来時点でモニタリングデータが獲得できれば，最適維持補修政策がベイズ更新されることは知っている．このような将来の学習過程も考慮に入れた上で，現在時点における補修政策を最適化することが可能である．このような高度な学習過程を考慮に入れた最適維持補修モデルが，どこまで実用的であるかに関しては議論の余地がある．しかし，理論的研究の深化のためには，重要な検討課題であると考える．

参考文献

- 1) 小林潔司：分権的ライフサイクル費用評価と集計的効率性，土木学会論文集，No.793/IV-68，pp.59-71，2005.
- 2) Jie Yuan, J. and Mooney, M.A.: Development of Adaptive Performance Models for the Oklahoma Airfield Pavement Management System, *Transportation Research Record, TRB* 2003, Vol.1853, pp.44-54, 2003.
- 3) Federal Aviation Administration: *Pavement Management System, Advisory Circular*, AC No.150/5380-7, 1988.
- 4) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82, 2005 .
- 5) 下村泰造, 西澤辰男, 吉永清人，福岡知久：疲労度設計法を用いた空港コンクリート舗装の維持管理手法の検討，舗装工学論文集，土木学会，Vol.12，pp.211-218，2007.
- 6) 下村泰造，小濱健吾，貝戸清之，小林潔司：空港舗装のアセットマネジメントのためのハイブリッド型地盤沈下モデル，土木学会論文集 F，Vol.64, No.4, pp.463-482, 2008.
- 7) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集 A，Vol.63, No.2. pp.336-355，2007.
- 8) Ibrahim, J.G., Ming-Hui, C. and Sinha, D.: *Bayesian Survival Analysis*, Springer Series in Statics, 2001.
- 9) 伊庭幸人 他：計算統計学のフロンティア 12 - 計算統計 II，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺，岩波書店，2005.
- 10) 和合肇：ベイズ計量経済分析，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用，東洋経済新報社，2005.
- 11) 下村泰造，小林潔司，貝戸清之，小濱健吾：空港コンクリート舗装のハイブリッド劣化モデル，土木計画学研究・論文集，Vol.26，2009.
- 12) 例えば，Heyman, D.P. and Sobel, M.J. (eds.): *Stochastic Models, Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol.2, North-Holland, 1990.

- 13) 例えば，三根久，河合一：信頼性・保全性の数理，朝倉書店，1982.
- 14) 例えば，White, D. J.: *Markov Decision Process*, Wiley, pp.130-146, 1993.
- 15) 例えば，Eckles, J. E.: Optimal maintenance with incomplete information, *Operations Research*, Vol.16, pp.1058-1067, 1968.
- 16) Madanat, S.: Incorporating inspection decisions in pavement management, *Transportation Research*, Part B, Vol.27B, pp.425-438, 1993.
- 17) Madanat, S. and Ben-Akiva, M.: Optimal inspection and repair policies for infrastructure facilities, *Transportation Science*, Vol.28, pp.55-62, 1994.
- 18) Durango, P. and Madanat, S.: Optimal maintenance and repair policies for infrastructure facilities under uncertain deterioration rates: An adaptive control approach, *Transportation Research*, Part A, Vol.36, pp.763-778, 2002.
- 19) 織田澤利守，石原克治，小林潔司，近藤佳史：経済的寿命を考慮した最適修繕政策，土木学会論文集，No.772/IV-65，pp.169-184，2004.
- 20) Jido, M., Otazawa, T. and Kobayashi, K.: Synchronized Repair Policy for Bridge Management, in: Watanabe, E., Frangopol, D. M. and Utsunomiya, T. (eds.), *Bridge Maintenance, Safety, Management and Cost*, CD-ROM, Balkeme, 2005.
- 21) 貝戸清之，保田敬一，小林潔司，大和田慶：平均費用法に基づいた橋梁の最適補修戦略，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.83-96，2005.
- 22) Mishalani, R. and Madanat, S.: Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models, *ASCE Journal of Infrastructure Systems*, Vol.8, No.4, pp.139-148, 2002.
- 23) Shin, H. C. and Madanat, S.: Development of a stochastic model of pavement distress initiation，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.61-67，2003.
- 24) 貝戸清之，熊田一彦，林秀和，小林潔司：階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化，土木学会論文集 F，Vol.63，No.3，pp.386-402，2007.
- 25) 青木一也，山本浩司，小林潔司：トンネル照明システムの最適点検・更新政策，土木学会論文集，No.805/VI-67，pp.105-116，2005.
- 26) 青木一也，山本浩司，小林潔司：時間依存型劣化過程を有するシステムの集計的最適点検・補修政策，土木学会論文集 F，Vol.62，No.2，pp.240-257，2006.

- 27) 徐飛, 小林潔司: 複数リスクを考慮した最適水力発電契約モデル, 土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, pp.391-410, 2008.
- 28) 小林潔司, 上田孝行: インフラストラクチャのマネジメント: 研究展望, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.15-27, 2003.
- 29) Federal Aviation Administration: Pavement Management System, *Advisory Circular*, No.150/5380-7, 1988.
- 30) 土田孝, 小野憲司: 数値シミュレーションによる不同沈下の予測とその空港舗装設計への適用, 港湾技術研究所報告, 第 27 巻, 第 4 号, pp.123-200, 1988.
- 31) Tobin, J.: Estimation of relationships for limited dependent variables, *Econometrica*, Vol.26, pp.24-36, 1958.
- 32) Amemiya, T. and Boskin, M.: Regression analysis when the dependent variable is truncated lognormal, with an application to the determinants of the duration of welfare dependency, *International Economic Review*, Vol.15, p.485, 1974.
- 33) 東京大学教養学部統計学教室編: 自然科学の統計学, 東京大学出版会, 1992.
- 34) 繁枅算男: ベイズ統計入門, 東京大学出版会, 1985.
- 35) Ibrahim, J.G., Ming-Hui, C. and Sinha, D.: *Bayesian Survival Analysis*, Springer Series in Statistics, 2001.
- 36) 伊庭幸人: 計算統計学のフロンティア - 計算統計 II, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店, 2005.
- 37) Gilks, W.R. and Wild, P.: Adaptive rejection sampling for Gibbs sampling, *Applied Statistics*, Vol.41, pp.337-348, 1992.
- 38) Jeffreys, H.: *The Theory of Probability*, Oxford University Press, 1961.
- 39) 和合肇: ベイズ計量経済分析, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用, 東洋経済新報社, 2005.
- 40) 八谷好高: 空港コンクリート舗装のマネージメントシステムに関する研究, 港湾技研資料, No.698, 1991.
- 41) 小梁川雅, 野田悦郎, 伊藤正秀: 供用履歴を受けたコンクリート舗装の疲労特性に関する研究, 舗装工学論文集, Vol.9, pp.149-156, 2004.

- 42) 宮田俊介，丸山暉彦，中村健：信頼性を考慮した舗装設計法に関する研究，土木学会第 57 回年次学術講演会，pp.873-874，2002.
- 43) 竹内康，小梁川雅，西澤辰男，木村慎：路盤の経年変化がコンクリート舗装の疲労破壊に及ぼす影響，舗装工学論文集，土木学会，Vol.3，pp.93-100，1998.
- 44) 国土交通省航空局：空港舗装補修要領(案)，1999.